

58131 Tietorakenteet

II harjoitus, viikko 42/2003

Tehtävä II.1: Jos tiedetään etukäteen, että pinossa on kerrallaan korkeintaan N alkiota, niin pino voidaan toteuttaa ilman osoittimia taulukon $A[0 \dots N - 1]$ avulla. Miten?

- (a) Anna vastaavien pino-operaatioiden pseudokoodit. Osoita, että niiden asymptoottinen ajatarve on sama $\mathcal{O}(1)$ kuin luentojen osoitinversiossakin.
- (b) Tee kohta (a) myös jonoille.

Tehtävä II.2: Tarkastellaan tekstiä, jossa on käytetty aakkosten a, b, c, \dots, z lisäksi vain kahdenlaisia sulkumerkkipareja: (ja) sekä $[\text{ ja }]$.

Teksti on *oikein sulutettu* jos näitä sulkumerkkejä on käytetty luonnollisella tavalla: avaavan sulkumerkin $($ (tai vastaavasti $[$) pariaksi tulee myöhemmin sitä vastaava sulkeva sulkumerkki $)$ (tai vastaavasti $]$), ja sulkumerkkien väliin jäävä tekstin osa on myös oikein sulutettu.

Kehitä algoritmi joka kertoo onko sille annettu teksti oikein sulutettu vai ei. Teksti annetaan yhteen suuntaan ketjutettuna yksittäisten merkkien listana. Algoritmissi pitää toimia

$$\mathcal{O}(\text{listan pituus})$$

ajassa ja tilassa.

Millaisen aputietorakenteen valitset algoritmillesi? Perustele myös miksi algoritmisi tekee mitä pitääkin ja niillä resursseilla kuin pitääkin.

Tehtävä II.3: Luentokalvoilla 4.4 esiteltiin tietorakenne *pakka* kahteen suuntaan linkitettyinä listana, jonka molempiin päihin voi kohdistaa alkioiden lisäyksiä ja poistoja.

Kehitä tätä esitystä edelleen siten, että sillä voi suorittaa myös operaation `reverse(pakka)` samassa ajassa $\mathcal{O}(1)$ kuin nämä aikaisemmatkin operaatiot. Tämän uuden operaation jälkeen parametrina annettu pakka on kääntynyt *päinvastaiseen* järjestykseen: vasemmasta päästä on tullut oikea ja päinvastoin, ja niin edelleen.

Anna pseudokoodit kaikille näille operaatioille.

Tehtävä II.4: Olkoon \oplus jokin 2-paikkainen laskutoimitus: yhteenlasku, vähennyslasku, kertolasku,...

- (a) Lukulistan $L = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$ *vasen taitto* on

$$(\dots(((0 \oplus p_1) \oplus p_2) \oplus p_3) \dots) \oplus p_n.$$

Anna pseudokoodina algoritmi, joka laskee syötteenä saamansa lukulistan L vasemman taiton. Perustele sen oikea toiminta.

Millainen on algoritmisi ajan- ja tilantarve syötelistan L pituuden n suhteen?

- (b) Tee kohta (a) myös *oikealle* taitolle

$$p_1 \oplus (p_2 \oplus (p_3 \oplus (\dots (p_n \oplus 0) \dots))).$$

- (c) Voisiko tällaisista taittoalgoritmeista olla hyötyä käytännön ohjelmoinnissa?

Tehtävä II.5: Luentokalvoilla 4.6 esitettiin menetelmä, jolla rekursiivinen funktio voidaan toteuttaa silmukalla ja pinolla.

- (a) Sovella menetelmää seuraavaan *Ackermannin funktioon*¹:

```
function Ack( $m, n: \mathbb{N}$ ):  $\mathbb{N}$ 
  if  $m = 0$  then
    return  $n + 1$ 
  else if  $n = 0$  then
    return Ack( $m - 1, 1$ )
  else
    return Ack( $m - 1, \text{Ack}(m, n - 1)$ )
  end if.
```

Optimoi takarekursiiviset kutsut.

- (b) Kohdan (a) tuloksena saatua ohjelmakoodia voi vielä parantaa käsin. Millaisin eri tavoin? Millaiseen lopulliseen muotoon sen saat?
- (c) Kuvattu menetelmä soveltuu vain sellaisille funktioille, joiden runko on yksi **if**-lause. Miten laajentaisit sitä (mahdollisesti sisäkkäisille) **while**-silmukoille?
- (d) Entä seuraavat *vuorottain* (mutually) rekursiiviset funktiot?

```
function  $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)$ 
  Runko jossa voi kutsua paitsi funktiota  $f$  myös funktiota  $g$ .
```

```
function  $g(y_1, y_2, y_3, \dots, y_q)$ 
  Runko jossa voi kutsua paitsi funktiota  $g$  myös funktiota  $f$ .
```

- (e) Entä seuraavat *sisäkkäin* määritellyt funktiot?

```
function  $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)$ 
  function  $g(y_1, y_2, y_3, \dots, y_q)$ 
    Sisäfunktion  $g$  runko.
  Ulkofunktion  $f$  runko.
```

Molemmissa rungoissa voi kutsua kumpaakin funktiota ja viitata saman funktion omiin parametreihin. Lisäksi sisäfunktion g rungossa voi viitata myös ulkofunktion f parametreihin x_i , mutta ulkofunktion f rungossa ei saa viitata sisäfunktion g parametreihin y_j .

(Tehtäviä yhteensä 5 kpl.)

¹Eri kirjat määrittelevät sen yksityiskohdat joskus hieman eri tavoin.