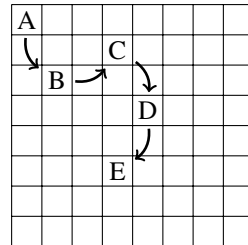


582359 Algoritmit ongelmanratkaisussa (kevät 2013)

1. kurssikoe (27.2.)

1. Shakissa ratsu liikkuu askeleen vaakasuunnassa ja kaksi askelta pystysuunnassa tai askeleen pystysuunnassa ja kaksi askelta vaakasuunnassa. Tehtävänä on muodostaa 8×8 -laudan vasemmasta yläkulmasta aloittaen reitti, joka käy tasan kerran jokaisessa ruudussa. Reitti voisi alkaa esimerkiksi seuraavasti:



- (a) Osoita, että reittien yhteismäärä on parillinen.
 (b) Osoita, ettei yksikään reitti pääty laudan oikeaan alakulmaan.
2. Laudan pituus on n metriä ja tehtävänä on jakaa se 2 ja 3 metrin osiin. Funktio $L(n)$ ilmaisee, montako erilaista jakotapaa on olemassa. Esimerkiksi $L(8) = 4$, koska jakotavat ovat:



- (a) Esitä funktio $L(n)$ rekursiivisessa muodossa.
 (b) Laske dynaamisen ohjelmoinnin avulla $L(16)$.
 (c) Esitä matriisit A ja B , jotka toteuttavat seuraavan yhtälön:

$$A^n B = \begin{pmatrix} L(n) \\ L(n+1) \\ L(n+2) \end{pmatrix}$$

3. Jenna ja Juhani pelaavat tikkupeliä, jossa on seuraavat säännöt:

- Jos tikkumäärä on *parillinen*, voi poistaa joko yhden tikun tai puolet tikuista.
- Jos tikkumäärä on *pariton*, on pakko poistaa yksi tikku.

Pelin häviää se, joka joutuu poistamaan viimeisen tikun.

Pelin alussa tikkuja on 20 ja Juhani aloittaa. Kumpi voittaa, jos molemmat pelaavat optimaalisesti? Perustele vastauksesi huolellisesti.

Seuraavassa on kaksi esimerkkipeliä. Ensimmäisessä pelissä Juhani voittaa, toisessa Jenna voittaa.

- $20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
- $20 \rightarrow 10 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

4. Taulukon sisältö on seuraava:

9	1	4	9	8	5	5	6
---	---	---	---	---	---	---	---

Piirrä segmenttipuu, jonka avulla voi laskea taulukon minkä tahansa välin xor-summan. Esimerkiksi luvusta 1 lukuun 8 xor-summa on $1 \text{ xor } 4 \text{ xor } 9 \text{ xor } 8 = 4$.