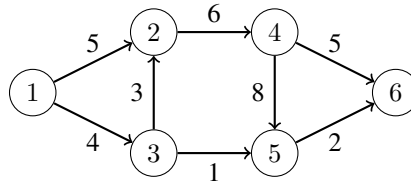


582359 Algoritmit ongelmanratkaisussa (kevät 2013)

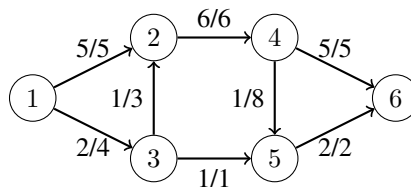
Viikon 8 ratkaisuja

1. Etsi maksimivirtaus seuraavan verkon solmusta 1 solmuun 6.



Ratkaisu:

Maksimivirtaus on 7 seuraavan kuvan mukaisesti:



2. Toteuta Edmonds-Karpin algoritmi maksimivirtauksen etsimiseen ja testaa sitä tehtävän 1 verkolla.

Ratkaisu:

Algoritmin toteutus on tiedostossa `Maksimivirtaus.java`.

3. Ota selvää, mitä tarkoittaa verkon maksimiparitus ja miten sen voi muodostaa kaksijakoisessa verkossa virtauslaskennan avulla.

Esitä sitten seuraava tehtävä maksimivirtausongelmana:

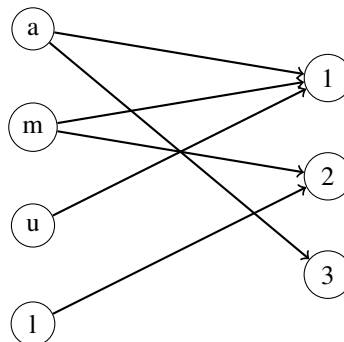
Asunnonvälityksessä on joukko halukkaita vuokralaisia ja joukko vapaita asuntoja. Jokaisella vuokralaisella on lista hänelle sopivista asunnoista. Etsi tapa jakaa asunnot siten, että mahdollisimman moni saa asunnon.

Ratkaisu:

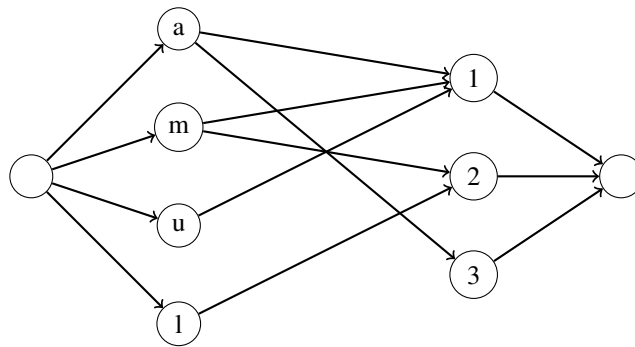
Tarkastellaan esimerkkiä, jossa vapaana on kolme asuntoa (1, 2 ja 3) ja vuokralaisten toiveet ovat seuraavat:

- Aapeli hyväksyy asunnot 1 ja 3.
- Maija hyväksyy asunnot 1 ja 2.
- Uolevi hyväksyy asunnon 1.
- Liisa hyväksyy asunnon 2.

Tilannetta vastaa seuraava verkko:



Tämän saa muutettua maksimivirtauksen laskemiseksi lisäämällä alku- ja loppusolmun:



Tässä verkossa jokaisen kaaren painona on luku 1.

Vastaava tekniikka soveltuu mihin tahansa tilanteeseen, jossa on kaksi erillistä ryhmää ja tehtävänä on muodostaa mahdollisimman monta paria ryhmien välillä.

4. Ota selvää, mitä tarkoittaa verkon minimileikkaus ja miten sen voi muodostaa virtauslaskennan avulla.

Esitä sitten seuraava tehtävä maksimivirtausongelmana:

Rautatieverkko muodostuu kaupungeista ja niiden välisistä rataosuuksista. Tehtävänä on estää liikenne kaupungista A kaupunkiin B poistamalla rataosuuksia. Etsi ratkaisu, jossa poistettavien rataosuuksien määrä on mahdollisimman pieni.

Ratkaisu:

Verkon maksimivirtaus on sama kuin sen minimileikkaus. Niinpä jos rataverkon esittää verkkona, jossa jokaista rataosuutta vastaa 1:n painoinen kaari, poistettavien kaarien määrä on sama kuin maksimivirtauksen suuruus. Kun maksimivirtaus on muodostettu, verkko on jakaantunut kahteen komponenttiin. Ensimmäisessä komponentissa on alkusolmu sekä kaikki siitä saavutettavissa olevat solmut. Toisessa komponentissa on loppusolmu ja kaikki muut solmut. Kaaret ensimmäisestä komponentista toiseen muodostavat minimileikkauksen.

5. Edmonds-Karpin algoritmilla muodostetaan reittejä leveyshaulla. Eikö voisi vain käyttää syvyyshakua, joka on helpompi toteuttaa? Tutki, onko leveyshausta aitoa hyötyä algoritmilla.

Ratkaisu:

Tiedostossa `Virtaustutkimus.java` on testiohjelma, jossa reitin etsintä on toteutettu sekä leveyshaulla että syvyysshaulla. Esimerkkinä on verkko, jossa on 1000 solmua ja jokaisen solmuparin välillä on satunnaisen painoinen kaari. Nyt leveyshaulla kuluu aikaa testikoneella 19 sekuntia, kun taas syvyysshaulla kuluu aikaa 97 sekuntia. Suuremmilla verkoilla ja muunlaisilla syötteillä erot voivat olla vielä suurempia.

6. Tarkastellaan seuraavaa tehtävää:

Kaupun omistaja täyttää tänään 55 vuotta. Tämän kunniaksi jos asiakas ostaa peräkkäin kaksi tuotetta, joiden yhteishinnan senttimäärä on 11, 33, 55, 77 tai 99, niin hän saa lahjan. Sama asiakas voi saada useita lahjoja, mutta samaa tuotetta saa käyttää vain yhden lahjan saamiseen.

Annettuna ovat asiakkaan ostamat tuotteet hintoineen ja tehtävänä on etsiä ostojärjestys, jolla asiakas saa mahdollisimman monta lahjaa.

Tarkastellaan esimerkkiä, jossa tuotteet ja niiden hinnat ovat:

- A (5,71 e)
- B (12,50 e)
- C (3,06 e)
- D (8,27 e)

Nyt mahdollisia ostojärjestyksiä ovat mm. seuraavat:

- A, D, C, B (1 lahja)
- B, D, A, C (2 lahjaa)
- D, A, B, C (0 lahjaa)

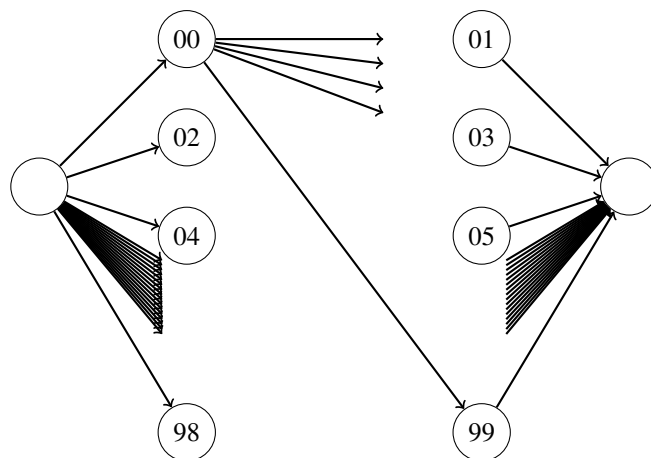
Tässä tapauksessa suurin mahdollinen lahjojen määrä on 2 lahjaa.

Uolevi osti 1000000 tuotetta, joiden hinnat ovat tiedostossa ostos.txt. Toteuta tehtävään niin tehokas algoritmi, että se selviää tästä tiedostosta.

Ratkaisu:

Ensimmäinen havainto on, että vain rahamäärän senttiosalla on merkitystä tehtävässä. Niinpä riittää laskea, kuinka monta mitäkin senttimäärää vastaavia rahamääriä on syötteessä. Toinen havainto on, että kun pariton luku muodostuu kahden luvun summana, toinen osa on aina parillinen ja toinen pariton.

Näiden havaintojen perusteella tehtävän pystyy esittämään seuraavanlaisena verkkona:



Verkossa on yhteensä 102 solmua: ensin alkusolmu, sitten kaikki parillisten senttimäärien solmut, sitten kaikki parittomien senttimäärien solmut ja lopuksi loppusolmu. Alkusolmusta menee kaari kaikkiin parillisten senttimäärien solmuihin, ja kaikista parittomien senttimäärien solmuista menee kaari loppusolmuun. Parillisen senttimäärän solmusta menee kaari parittoman senttimäärän solmuun, jos yhteissentimäärä päättyy 11, 33, 55, 77 tai 99. Alkusolmusta lähtevien ja loppusolmuun päättyvien kaarten painot vastaavat kyseisten senttimäärien esiintymiskertoja syötteessä. Välissä olevilla kaarilla ei ole maksimipainoa (se on mielivaltaisen suuri). Tämän verkon maksimivirtaus on tehtävän vastaus.

Tiedostossa UolevinLahjat.java on ratkaisun toteutus. Uolevi saa 499845 lahjaa.