

582359 Algoritmit ongelmanratkaisussa (kevät 2013)

Viikon 12 ratkaisuja

1. Anna kurssista palautetta seuraavan sivun kautta:

<https://ilmo.cs.helsinki.fi/kurssit/servlet/Valinta>

2. Tavallinen tapa tuottaa satunnaislukuja on käyttää ohjelmointikielen valmista generaattoria. Esimerkiksi Javassa on metodi `Math.random` ja luokka `Random` tätä varten.

Kehitä oma satunnaislukugeneraattori, joka on riippumaton kielen valmiista välineistä. Testaa generaattoriasi arpomalla miljoona kertaa nopan silmäluku 1–6. Toimiiko generaattorisi hyvin?

Ratkaisu:

Tiedostossa `OmaSatu.java` on lineaarisen kongruenssin generaattori itse valituilla arvoilla. Se antaa melko tasaisen jakauman, kun noppaa heitetään miljoona kertaa.

3. Uolevi heittää noppaa tuhat kertaa ja laskee yhteen kaikki silmäluvut. Mikä on todennäköisyys, että silmälukujen summa on jaollinen 6:lla?

Ratkaisu:

Tarkastellaan tilannetta, jossa Uolevi on heittänyt noppaa 999 kertaa. Tässä tilanteessa aina tasan yksi silmäluku tuottaa 6:lla jaollisen yhteissumman. Niinpä kysytty todennäköisyys on $1/6$.

4. Hiiri on 8×8 -shakkilaudan vasemmassa ylänurkassa. Tämän jälkeen hiiri liikkuu sekunnin välein satunnaisesti johonkin naapuriruutuun. Missä ruudussa hiiri on todennäköisimmin minuutin (60 liikkumisen) jälkeen ja mikä on tämän todennäköisyys?

Ratkaisu:

Tässä ja seuraavassa tehtävässä tulkintana on, että hiiri voi liikkua yhdellä askeleella vaaka- tai pystysuuntaisesti (ei vinosuuntaisesti).

Tiedostossa `HiiriShakki.java` on ratkaisun laskeva ohjelma. Ideana on laskea askel kerrallaan, millä todennäköisyydellä hiiri on missäkin ruudussa. 60 askeleen jälkeen todennäköisin hiiren sijainti on aloitusruudun vinosti vierekkäinen ruutu. Tämän ruudun todennäköisyys on 0,04270.

5. Shakkilaudalla on 64 hiirtä, joista jokainen on aluksi omassa ruudussaan. Sekunnin välein jokainen hiiri liikkuu satunnaisesti johonkin naapuriruutuun. Samassa ruudussa voi olla monta hiirtä. Mikä on odotusarvo sellaisten ruutujen määrälle, joissa ei ole yhtään hiirtä minuutin jälkeen?

Ratkaisu:

Tiedostossa `HiiriShakki2.java` on ratkaisun laskeva ohjelma. Ideana on laskea jokaiseen ruutuun erikseen, millä todennäköisyydellä kyseinen ruutu on tyhjä (eli yksikään hiiri ei tule siihen). Nämä todennäköisyydet summaamalla saadaan kysytty odotusarvo. Tyhjien ruutujen odotusarvo on 23,55.

6. Annettuna on taulukko, jossa on n lukua. Tehtävänä on selvittää, mikä on suurin mahdollinen peräkkäisistä luvuista saatava summa. Esimerkiksi jos taulukko on $[1, -3, 5, -1, 2]$, niin vastaus on 6, joka saadaan valitsemalla kolme viimeistä lukua. Klassinen tehtävä on keksiä ongelmaan $O(n)$ -aikainen algoritmi, mutta siitä ei ole kyse tässä tehtävässä. Oletetaan, että taulukon luvut ovat satunnaisia reaalilukuja väliltä $-1 \dots 1$ tasaisesta jakaumasta. Mikä on suurimman summan odotusarvo, kun taulukossa on n lukua?

Ratkaisu:

Ilmestyy myöhemmin...