

58131 Tietorakenteet

Erilliskoe 11.8.2009

Kirjoita nimesi ja opiskelijanumerosi jokaiseen vastauspaperiin.

Tehtävissä, joissa pyydetään algoritmia, voit halutessasi käyttää muuta pseudokoodityyliä kuin kurssilla käytetty ja voit halutessasi myös käyttää esim. Javaa.

Kustakin tehtävästä voi saada 12 pistettä.

Kokeessa saa olla mukana A4-kokoinen ”lunttilappu”.

1. Analysoi ohjelman `COMPUTE(k)` suorituksen aika- ja tilavaatimuksen Θ -suuruusluokka (k :n funktiona), kun ohjelma `COMPUTE` on kirjoitettu seuraavasti:

```
COMPUTE(k)
  if k ≤ 1
    then return
  x ← 0
  for x ← 1 to k
    do x ← x + 1
  PRINT(x)
  COMPUTE(k/2)
```

Tässä k on positiivinen kokonaisluku. Viimeisellä rivillä suoritettava jakolasku on kokonaislukujakolasku: tarvittaessa jakolaskun tulos katkaistaan kokonaisluvuksi, esim. $7/2 = 3$.

Voit yksinkertaisuuden vuoksi olettaa, että k on muotoa 2^n jollekin kokonaisluvulle n .

2. Toteuta jono kahteen suuntaan linkitettyä rengaslistana ilman tunnussolmua: kirjoita yksityiskohtaiset vakioaikaiset algoritmit operaatioille `ENQUEUE(Q, k)`, `DEQUEUE(Q)` ja `EMPTY(Q)`.

Huomio: Käytä osoittimia, ei taulukkoesitystä.

3. Esitä tärkeimmät vaiheet, kun aluksi tyhjään minimikekoon lisätään alkioit 5, 3, 17, 10, 24, 2 ja 19 yksitellen tässä järjestyksessä. Suorita tämän jälkeen alkion poisto keon huipulta.

”Tärkeimmät vaiheet” tarkoittaa puun lopputilannetta kunkin lisäyksen tai poiston tultua suoritetuksi sekä välitilanteita, joissa jotain olennaista tapahtuu. Sinun ei tarvitse toistaa puun muuttumattomia osia, kunhan muutokset käyvät selvästi ilmi.

4. Syötteenä on taulukko, jossa on n kokonaislukua x_1, x_2, \dots, x_n . Anna ajassa $O(n \log n)$ toimiva algoritmi, joka tulostaa luvun $\min\{|x_i - x_j| \mid i \neq j\}$, eli taulukon kahden eri luvun pienimmän erotuksen.

5. Ongelma *pisin nouseva osajono* on seuraava: Annettuna luvut a_1, a_2, \dots, a_n , löydä suurin k siten, että $a_{i_1} < a_{i_2} < \dots < a_{i_k}$ ja $i_1 < i_2 < \dots < i_k$. Esimerkiksi, jos syötteenä on 3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, pisin nouseva osajono on pituudeltaan neljä (muun muassa 1, 4, 5, 9). Anna yksityiskohtainen algoritmi, joka ajassa $O(n^2)$ ratkaisee ongelman.