

58131 Tietorakenteet (kevät 2009)

Kurssikoe 2, 29.4.2009

Vastaa kuhunkin tehtävään (4, 5, 6) omalle paperilleen. Kirjoita nimesi ja opiskelijanumerosi jokaiseen vastauspaperiin. Tehtävät on numeroitu 4–6; kurssikokeen 1 tehtävät oli numeroitu 1–3 ja voit aikanaan katsoa kurssin kotisivulle ilmestyvästä yhteenvetolistauksesta pistemääräsi tehtävittäin.

Tehtävissä, joissa pyydetään algoritmia, voit halutessasi käyttää muuta pseudokoodi-tyyliä kuin kurssilla käytetty ja voit halutessasi myös käyttää esim. Javaa. Jos tarvitset ratkaisuksi kurssilla esitetyn algoritmin (esim. Prim, Dijkstra, pikajärjestäminen,...), sinun pitää kirjoittaa algoritmi auki ratkaisuksi.

Kustakin tehtävästä voi saada 8 pistettä, yhteensä 24 pistettä.

Kokeessa saa olla mukana A4-kokoinen ”luntilappu”.

4. Vastaa jokaisesta alla olevasta väittämästä onko se tosi vai epätosi **ja anna lyhyt perustelu**. Jokaisesta kohdasta saa maksimissaan 1 pisteen.
 - (a) Jos hajautustaulun täyttöaste kasvaa suureksi, avainten hakeminen hidastuu.
 - (b) Hajautusfunktion täytyy mielellään palauttaa alkuluku, joka ei ole lähellä kakkosen potenssia.
 - (c) Avaimen etsiminen hajautustaulusta vie pahimmassa tapauksessa aikaa $O(1)$.
 - (d) Hyvä hajautusfunktio antaa jokaiselle avaimelle saman hajautusarvon.
 - (e) Avoimessa hajautuksessa käytetään ylivuotoketjuja.
 - (f) Universaalihajautuksessa hajautusfunktio valitaan satunnaisesti.
 - (g) Avoin hajautus on aina paras menetelmä.
 - (h) Kaksoishajautus on eräs avoimen hajautuksen menetelmä.

5. Saamme syötteenä taulukon, jossa on n kokonaislukua. Haluamme tietää löytyykö kaksi lukua, joiden summa on kokonaisluku k , jota myös annetaan syötteenä. Esimerkiksi, jos taulukossa on 8, 4, -11, 6 ja $k = 10$, tulos on kyllä ($4 + 6 = 10$). Samaa lukua saa käyttää toistamiseen. Eli edellä, jos $k = 8$, vastaus on myös kyllä ($4 + 4 = 8$). Anna $O(n \log n)$ algoritmi ongelman ratkaisemiseksi.

Huomautus: Jos algoritmisi pahimman tapauksen aikavaativuus on $\Omega(n^2)$, saat tästä tehtävästä nolla pistettä, koska sellaisen algoritmin muodostaminen on triviaalia!

Käännä!

6. Ratkaise **joko** tehtävä (a) **tai** (b).

(a) Tarkastellaan tietoliikenneverkkoa, jossa on n tietokonetta a_1, \dots, a_n .

Jos koneiden a_i ja a_j välillä on suora tietoliikenneyhteys (kaapeli tms.), yhteyteen liittyy viive $p(i, j)$, joka on tunnettu positiivinen reaaliluku. Viive $p(i, j)$ kertoo, kuinka kauan (määrämittaisen) viestin kulkeminen näiden kahden koneen välillä kestää. Yhteydet eivät ole symmetrisiä, ts. voi olla $p(i, j) \neq p(j, i)$.

Lisäksi jokaiseen koneeseen a_i liittyy oma viipeensä $q(i)$, joka kertoo, kuinka kauan koneen a_i kautta kulkeva viesti joutuu odottamaan koneessa a_i , ennen kuin pääsee jatkamaan matkaansa.

Usean koneen kautta kulkevan viestin vaatima kokonaisaika on summa matkan varrella olevien koneiden ja yhteyksien viipeistä. Mukaan lasketaan myös viestin lähettävän ja vastaanottavan koneen viipeet.

Tehtävänä on löytää kullekin $j = 2, \dots, n$ nopein reitti koneesta a_1 koneeseen a_j . Esitä tehtävälle tehokas ratkaisualgoritmi. Selitä lyhyesti algoritmisi perusajatus ja analysoi sen aikavaativuutta.

Pseudokoodia ei tarvitse esittää mahdollisten aputietorakenteiden (lista, prioriteettijono, tasapainoinen hakupuu jne.) operaatioille, vaan ne voi olettaa tunnetuiksi. Samoin voit olettaa tunnetuksi näiden operaatioiden aikavaativuudet yms.

(b) Osoita, että jos painotetussa suuntaamattomassa verkossa $G = (V, E)$ mil-lään kahdella kaarella ei ole samaa painoa, niin verkolla on yksikäsitteinen pienin virittävä puu.

Hyvää kesää!