

LUKIOMATEMATIIKAN KERTAUSPIIRI
TEHTÄVÄSARJA 3
SYKSY 2006

1. Ratkaise seuraavat yhtälöt ja epäyhtälöt.

a) $\frac{e^x}{1+e^x} = \frac{1}{6}$

b) $e^{2x} + 2e^x < 15$

c) $2 \log_3(1-x) = \log_3(3+x) + 2$

d) $\ln(2-x) + 1 < 0$

e) $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} = 0$

f) $2 \sin x - 3 \cos x = 0$

g) $(\sin x + \sqrt{3})^2 = \frac{27}{4}$

2. Derivoi seuraavat funktiot.

a) $f_1(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x^4} + \frac{1}{x^2} \quad (x > 0)$

b) $f_2(x) = 3e^x \cos x$

c) $f_3(x) = \sin 3x + 4 \cos \frac{x}{2}$

d) $f_4(x) = \frac{\ln x}{x} \quad (x > 0)$

e) $f_5(x) = e^{3 \sin x}$

f) $f_6(x) = \cos(x^2 - x)$

g) $f_7(x) = 3e^{\sqrt{1-\sin^2 x}}$

3. Selvitä funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ kaikki lokaalit ääriarvokohtat, kun

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 3}.$$

4. Selvitä funktion $f: [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ suurin ja pienin arvo välillä $[4, 10]$, kun

$$f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}.$$