LUKIOMATEMATIIKAN KERTAUSPIIRI
TEHTÄVÄSARJA 5
SYKSY 2006

1. Todista, että kaikilla $n \in \mathbb{Z}^+$ pätee

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2.$$

2. Osoita, että jokaisella positiivisella kokonaisluvulla n pätee

$$\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \cdots + \frac{n}{(n+1)!} = 1 - \frac{1}{(n+1)!}.$$

3. Todista, että kaikilla $n \in \mathbb{Z}^+$ pätee

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2.$$

4. Olkoon $F_1 = F_2 = 1$ ja $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$, kun $n \in \mathbb{Z}^+$. Nämä ovat niinsanotut *Fibonaccin luvut*. Osoita, että

$$F_n < 2^n$$

kaikilla $n \in \mathbb{Z}^+$