

58053-7 Algoritmien suunnittelu ja analyysi (kevät 2004)

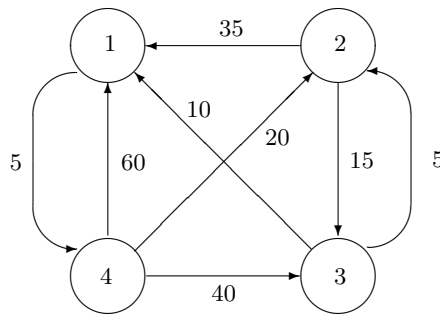
Harjoitus 6 (4.–5. maaliskuuta)

1. Esitä luennoilla tarkastellulle matriisien kertolaskujärjestyksen määräämisongelmalle ahneeseen heuristiikkaan perustuva algoritmi. Osoita esimerkiksi, että algoritmi ei aina anna optimaalista tulosta.
2. Osoita, että erilaisten n -solmuisten binääripuiden lukumäärä b_n saadaan kaavasta

$$b_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}.$$

(*Vihje:* Yllä annettut luvut b_n tunnetaan nimellä Catalanin luvut; kirjallisuudesta löytyy lisäohjeita tällä hakusanalla.)

3. (a) Laadi luennolla esitetystä Floydin-Warshallin algoritmista versio, joka lyhimpien polkujen pituuksien laskennan lisäksi pitää kirjaa siitä, mitä kautta polut kulkevat.
(b) Simuloi algoritmisi toimintaa seuraavassa verkossa:



4. *Repunpakkauksongelma* (Knapsack Problem) on annettu n esinettä, joiden kunkin arvo ja koko tiedetään, ja tehtävänä on pakata esineistä mahdollisimman arvokas osajoukko reppuun, jonka koko on annettu. Muodollisemmin, ongelmassa on annettu n lukuparia (v_i, c_i) , $i = 1, \dots, n$, ja luku C . Ongelman mahdollisia ratkaisuja ovat osajoukot $I \subseteq \{1, \dots, n\}$, joilla $\sum_{i \in I} c_i \leq C$. Tarkoituksena on löytää näistä mahdollisista ratkaisuista paras, s. o. sellainen että $\sum_{i \in I} v_i$ on suurin mahdollinen. Repun koko C ja esineiden arvot v_i ja koot c_i ovat kaikki positiivisia kokonaislukuja.

Esitä repunpakkauksongelmalle yksinkertainen ahneeseen heuristiikkaan perustuva ratkaisualgoritmi. Osoita, että algoritmisi ei aina löydä parasta ratkaisua.

5. Esitä edellisen tehtävän repunpakkauksongelmalle algoritmi, joka löytää parhaan ratkaisun ajassa $O(nC)$. Osoittaako tämä, että ongelma ratkeaa polynomisessa ajassa?