

58053-7 Algoritmien suunnittelu ja analyysi (kevät 2004)

Harjoitus 7 (11.–12. maaliskuuta)

Ensimmäinen kurssikoe on tiistaina 9.3. kello 16–20 päärakennuksen salissa 1. Koealue on luentomonisteen sivut 1–162 eli laskuharjoituksissa 1–6 käsitellyt asiat.

1. Tehtävänä on suorittaa yksiprosessorisella tietokoneella joukko töitä, jotka ovat kaikki valmiina suoritettavaksi ja joista jokaisen vaatima suoritusaika tunnetaan. Työt pitäisi järjestää niin, että *keskimääräinen valmistusaika* on mahdollisimman aikainen. Työn valmistusaika on summa työn itsensä sekä ennen sitä suoritettavien töiden vaatimista suoritusaajoista. Siis esim. jos töiden a , b ja c suoritusaajat ovat 13, 4 ja 8, ja ne suoritetaan järjestyksessä (c, b, a) , valmistusaajat ovat $c : 8$, $b : 8 + 4 = 12$ ja $a : 8 + 4 + 13 = 25$, joten keskimääräinen valmistusaika on $(8 + 12 + 25)/3 = 15$.

Esitä tehokas algoritmi töiden järjestämiselle ja osoita, että algoritmisi antaa aina keskimääräiseltä valmistusajaltaan parhaan tuloksen.

2. Kurssilla on tähän mennessä tarkasteltu mm. seuraavia painotettuihin verkkoihin liittyviä *minimointiongelmia*:
 - (a) kauppamatkustajan ongelma,
 - (b) lyhin polku solmusta s solmuun t ja
 - (c) pienin virittävä puu.

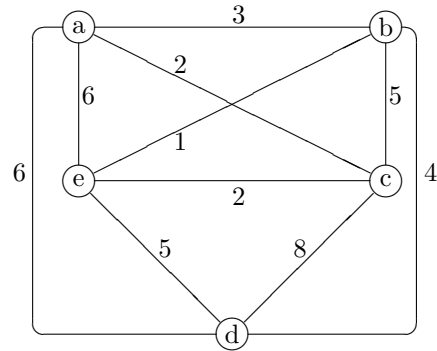
Kaikille näille voidaan luonnollisesti määritellä vastaava *maksimointiongelma*. Vaadimme edelleen, että kaarten painojen pitää olla positiivisia. Kohdan (b) maksimointiongelmassa rajoitetaan tarkastelemaan vain yksinkertaisia polkuja (samassa solmussa saa käydä vain kerran), jolloin tehtävä on mielekäs myös syklejä sisältävässä verkossa.

Tarkastele kussakin tapauksessa (a)–(c), voidaanko maksimointiongelma (helposti) palauttaa vastaavaan minimointiongelmaan. Perustelee.

3. On annettu joukko *toimintoja* (esim. luentoja), joilla kullakin on *alkamisaika* ja *loppumisaika*. Kukin toiminto vaatii jokin *resurssin* (esim. luentosali) yksin käyttöönsä koko kestoajakseen. Jos toiminnon i alkamisaika on a_i ja loppumisaika b_i , sen kestoaika on puoliavoin väli $[a_i, b_i)$.
Tehtävänä on valita suoritettavaksi lukumäärältään mahdollisimman suuri joukko toimintoja, joiden kestoajat eivät mene päällekkäin. Esitä tehtävälle tehokas ratkaisualgoritmi ja osoita ratkaisusi toimivuus. *Vihje*: järjestä toiminnot loppumisajankohdan mukaan.

Käännä!

4. Tarkastellaan seuraavaa verkkoa G :



- (a) Simuloi Linin-Kernighanin 2-vaihtoheuristiikan toimintaa, kun sillä ratkaistaan kauppamatkustajan ongelmaa verkossa G ja alkuratkaisuna on reitti $abcde$.
 - (b) Ratkaise kauppamatkustajan ongelma verkossa G tarkasti käyttämällä branch-and-bound-menetelmää.
5. Ohjelmoi tietokoneella peruutukseen perustuva ratkaisu N kuningattaren ongelmalle (sijoitettava N kuningatarta $N \times N$ shakkilaudalle niin, että mitkään kaksi kuningatarta eivät uhkaa toisiaan). Paljonko aikaa ohjelma vie eri arvoilla N ? Arvioi (karkeasti) ohjelman asympotoottista tila- ja aikavaativuutta.