

58053-7 Algoritmien suunnittelu ja analyysi (kevät 2004)

Harjoitus 14 (6.–7. toukokuuta)

Toinen välikoe on 10.5. kello 16–20 päärakennuksen salissa 1. Koealueena on harjoitusten 7–14 asiat eli luentomuistiinpanojen sivut 163–379.

Luennot jatkuvat vielä 5.5. ja 7.5. vaikka näistä asioista ei tulekaan laskuharjoituksia. Ohjelmassa on keskiviikkona vielä hieman satunnaisalgoritmeja ja kurssin koko alueen kertaus. Perjantaina luennoija esittää johdannomaisesti joitain omaan erikoisalaansa (koneoppimisen teoriaan) liittyviä asioita, jonka ovat kurssin aihepiirin kannalta hieman marginaalisia mutta silti toivottavasti kiinnostavia ja ymmärrettäviä.

1. Muunnetaan luennolla (s. 355) esitettyä minimileikkausalgoritmia niin, että askelessa 1 valitaan satunnaiset kaksi solmua ja yhdistetään ne, oli niiden välillä kaari tai ei. Osoita, että joillain syötteillä modifioidun algoritmin todennäköisyys löytää minimileikkaus on eksponentiaalisen pieni.
2. Oletetaan tunnetuksi jollekin ongelmalle satunnaisalgoritmi A , joka todennäköisyydellä $1 - \varepsilon$ antaa oikean vastauksen ja muuten vastaa ”en tiedä”.
 - (a) Kuinka monta kertaa algoritmia A pitää toistaa, että ainakin todennäköisyydellä $1 - p$ saataisiin ainakin kerran muu vastaus kuin ”en tiedä”?
 - (b) Toistetaan algoritmia A kunnes saadaan jokin muu vastaus kuin ”en tiedä”. Mikä on toistojen määrän odotusarvo?
3. Oletetaan annetuksi satunnaisalgoritmi B , joka antaa aina oikean vastauksen ja jonka aikavaativuuden odotusarvo on polynominen. Osoita, miten algoritmista B saadaan aina polynomisessa ajassa toimiva algoritmi, joka ainakin todennäköisyydellä $1/2$ vastaa oikein ja muuten vastaa ”en tiedä”.
4. Tarkastellaan linkitettyä listaa L käyttäen tavanomaisia merkintöjä: jos p on osoitin listan alkioon, niin $p.next$ on osoitin seuraavaan alkioon jne. Osoita, että seuraava algoritmi valitsee listasta satunnaisen alkion tasaisen jakauman mukaan:

```
p := HEAD(L)
n := 0
while p ≠ NIL do
  n := n + 1
  if random(1 . . n) = n then z := p
  p := p.next
return z
```

Tässä siis oletetaan, että lista ei ole tyhjä. Huomaa, että lista tarvitsee käydä läpi vain kerran eikä sen pituutta tarvitse tietää ennakolta.

5. Vastaa kurssikyselyyn osoitteessa <http://ilmo.cs.helsinki.fi/kurssit/servlet/Valinta>.