

582206 Laskennan mallit (syksy 2006)

Harjoitus 11 (4.–7.12.)

Itsenäisyyspäivänä 6.12. ei ole harjoituksia. Keskiiviikon ryhmään kuuluvat voivat vieraillla muissa ryhmissä.

1. [Sipser Problem 4.12] Osoita, että kieli

$$A = \{ \langle R, S \rangle \mid R \text{ ja } S \text{ ovat säännöllisiä lausekkeita ja } L(R) \subseteq L(S) \}$$

on ratkeava.

2. Olkoot L_1, \dots, L_k aakkoston Σ kieliä, jotka täyttävät seuraavat ehdot:

- (a) $L_i \cap L_j = \emptyset$ kun $i \neq j$,
- (b) $L_1 \cup \dots \cup L_k = \Sigma^*$ ja
- (c) L_i on Turing-tunnistettava kaikilla i .

Osoita, että L_i on ratkeava kaikilla i .

3. [Sipser Problem 4.18] Olkoot A ja B aakkoston Σ kieliä, joilla \overline{A} ja \overline{B} ovat Turing-tunnistettavia ja $A \cap B = \emptyset$. Osoita, että on olemassa ratkeava kieli C , jolla $A \subseteq C$ ja $B \subseteq \overline{C}$.
4. [Sipser Problem 4.17] Osoita, että aakkoston Σ kieli C on Turing-tunnistettava, jos ja vain jos on olemassa ratkeava kieli D , jolla

$$C = \{ x \in \Sigma^* \mid \langle x, y \rangle \in D \text{ jollakin } y \in \Sigma^* \}.$$

Vihje: eräs tapa lähestyä tätä on ajatella luettelijakoneita.