NFA:n muuntaminen DFA:ksi

Lause 1.3: [Sipser Thm. 1.39] Mille tahansa NFA:lle on olemassa DFA, joka tunnistaa saman kielen.

Todistus: On siis annettu epädet. automaatti $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, ja halutaan muodostaa det. automaatti $M = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$, jolla $L(M) = L(N)$.

NFA:lla on kullakin laskennan hetkellä joukko mahdollisia tiloja. Toisaalta DFA on kullakin laskennan hetkellä jossain yksikäsitteisessä tilassa. Tämä perusongelma ratkaistaan valitsemalla $Q' = \mathcal{P}(Q)$. Automaatin M tila annetulla hetkellä tulkitaan automaatin N mahdollisten tilojen joukoksi. Huomaa, että $|Q'| = 2^{|Q|}$.

Jos $r \in Q$ on mahdollinen tila nykyhetkellä, seuraavaksi luetaan merkki a, ja $s \in \delta(s, a)$, niin s on eräs mahdollinen tila seuraavalla hetkellä. Siis jos $\delta'(R, a) = S$ (missä siis $R, S \subseteq Q$), niin joukossa S pitää olla kaikki ne tilat, jotka voivat seurata jotain joukon R tilaa merkillä a.

Esitetään sama formaalisti olettaen ensin, että automaatissa N ei ole ε-siirtymiä (eli $\delta(r,\varepsilon) = \emptyset$ kaikilla $r \in Q$). Siis $M = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$, missä

1. $Q' = \mathcal{P}(Q)$,

2. jos $R \in Q'$ ja $a \in \Sigma$, niin

$$\begin{aligned} \delta'(R,a) &= \bigcup_{r \in R} \delta(r,a) \\ &= \{ s \in Q \mid s \in \delta(r,a) \text{ jollain } r \in R, \} \end{aligned}$$

3. $q_0' = \{ q_0 \}$ ja

4. $F' = \{ R \in Q' \mid R \cap F \neq \emptyset \}$.

Jos automaatissa N on ε-siirtymiä, määritellään kaikilla $R \subseteq Q$ joukko $E(R)$ koostumaan niistä tiloista, joihin pääsee jostain tilasta $r \in R$ tekemällä nolla tai useampia ε-siirtymiä. (Siis aina $R \subseteq E(R)$.)

Siirtymäfunktion määritelmä muutetaan muotoon

$$\delta'(R, a) = \bigcup_{r \in R} E(\delta(r, a)).$$

Alkutilaksi asetetaan

$$\delta'_0 = E(\{\, \delta_0 \,\}).$$

Konstruktion perusteella on selvää, että $L(M) = L(N)$. $\square$

Koska DFA:n muuntaminen NFA:ksi on triviaalia, saadaan

Korollaari 1.4: [Sipser Cor. 1.40] Kieli on säännöllinen, jos ja vain jos se voidaan tunnistaa epädeterministisellä äärellisellä automaatilla. $\square$