

582206 Laskennan mallit (syksy 2006)

1. kurssikoe 19.10. kello 16–19 auditorio A111

1. [6 pistettä]

(a) Ilmoita kustakin aakkoston $\Sigma = \{a, b, c\}$ kielestä, onko se säännöllinen:

$$A_1 = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ tai } i = k \text{ tai } j = k\}$$

$$A_2 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq k\}$$

$$A_3 = \{a^n \mid n = 3i + 5j + 1 \text{ joillakin } i, j \in \mathbf{N}\}$$

$$A_4 = \{w \in \Sigma^* \mid w\text{:n toiseksi viimeinen merkki on } c\}.$$

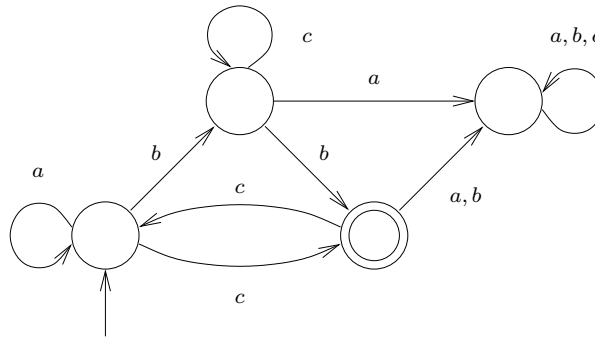
Myönteisessä tapauksessa esitä myös kielen tunnistava (deterministinen tai epädeterministinen) äärellinen automaatti. Kielteisessä tapauksessa todista väitteesi; voit käyttää apuna kaikkia kurssilla todistettuja säännöllisten kielten ominaisuuksia.

(b) Anna (a)-kohdan kielille A_1 ja A_4 ne tuottava yhteydetön kielioppi.

2. [5 pistettä] Osoita, että jos A ja B ovat säännöllisiä kieliä, niin myös $A \cap B$ on säännöllinen kieli. Voit halutessasi käyttää hyväksi tulosta, että epädeterministinen äärellinen automaatti voidaan muuntaa saman kielen tunnistavaksi deterministiseksi automaatiksi, mutta muuten lähde liikkeelle suoraan määritelmästä. Pyri esittämään todistus suunnilleen samalla yksityiskohtaisuus- ja muodollisuustasolla kuin vastaavat kurssikirjan ja luentojen todistukset.

3. [5 pistettä] Muodosta epädeterministinen äärellinen automaatti, joka tunnistaa kielen $(ab \cup c)^*$. Muunna saamasi automaatti deterministiseksi. Kummassakin vaiheessa käytä kurssilla esitettyä menetelmää.

4. [4 pistettä] Muodosta säännöllinen lauseke, joka kuvaa seuraavan äärellisen automaatin tunnistamaa kieltä:



Käytä kurssilla esitettyä menetelmää.

5. [6 pistettä] Kieli A on *lopusta määräytyvä*, jos on olemassa sellainen $k \in \mathbf{N}$, että merkkijonosta w riittää tuntea k viimeistä merkkiä sen ratkaisemiseksi, päteekö $w \in A$.

(a) Esitä lopusta määräytymiselle formaalimpi määritelmä käyttäen sopivia joukko-opillisia käsitteitä.

(b) Osoita, että mikä tahansa lopusta määräytyvä kieli on säännöllinen.

(c) Osoita, että jos A_1 ja A_2 ovat lopusta määräytyviä, niin myös $A_1 \cup A_2$ on.

(d) Anna esimerkki lopusta määräytyvistä kielistä A_1 ja A_2 , joilla $A_1 \circ A_2$ ei ole lopusta määräytyvä.