

## 582206 Laskennan mallit (syksy 2006)

2. kurssikoe 11.12. kello 16–19 auditoriot A111, CK112, B123

Tentin maksimi on 26 pistettä.

1. [6 pistettä] Ilmoita kustakin väitteestä, onko se tosi:

- (a) Jos kieli  $R$  on säännöllinen ja kieli  $C$  yhteydetön, niin kieli  $R \cap C$  on säännöllinen.
- (b) Jos kieli  $R$  on säännöllinen ja kieli  $C$  yhteydetön, niin kieli  $R \cap C$  on yhteydetön.
- (c) Jos kieli  $R$  on säännöllinen ja kieli  $C$  yhteydetön, niin kieli  $R - C$  on yhteydetön.
- (d) Jos kieli  $R$  on säännöllinen ja kieli  $C$  yhteydetön, niin kieli  $C - R$  on yhteydetön.

Kussakin tapauksessa perustele lyhyesti; voit käyttää apuna mitä tahansa luennoilla todistettuja tuloksia.

2. [6 pistettä] Olkoon  $A \in V$  muuttuja yhteydettömässä kieliopissa  $G = (V, \Sigma, R, S)$ . Sanotaan, että  $A$  *uusii itsensä*, jos kieliopissa voidaan johtaa  $A \xrightarrow{\pm} uAv$  joillakin  $u, v \in (V \cup \Sigma)^*$ .

- (a) Esitä algoritmi, joka tarkistaa, uusiiko muuttuja  $A$  itsensä kieliopissa  $G$ .
- (b) Osoita, että jos kieliopissa  $G$  ei ole itsensä uusivaa muuttujaa, niin sen tuottama kieli  $L(G)$  on äärellinen.
- (c) Voidaanko kääntäen päätellä, että jos kieliopin tuottama kieli on äärellinen, niin kieliopissa ei ole itsensä tuottavia muuttujia? Perustele.

3. [4 pistettä] Esitä tilakaaviona pinoautomaatti, joka tunnistaa seuraavan kieliopin tuottaman kielen:

$$S \rightarrow SS \mid (S) \mid [S] \mid \epsilon.$$

(Päätemerkkejä ovat siis  $(, ), [$  ja  $]$ .) Jos ratkaiset tehtävän jotenkin muuten kuin soveltamalla kurssilla esitettyä menetelmää pinoautomaatin muodostamiseksi yhteydettömästä kieliopista, niin selitä lyhyesti, miten automaattisi toimii.

4. [4 pistettä] Osoita, että  $A$  on ratkeva, jos ja vain jos sekä  $A$  että  $\bar{A}$  ovat Turing-tunnistettavia.

5. [6 pistettä]

(a) Tarkastellaan seuraava ohjelmointitehtävä:

Syötteenä annetaan merkkijono  $w$  ja Java-kielinen lähdekoodi aliohjelmalle  $p$ . Aliohjelmasta  $p$  voidaan olettaa, että se saa parametrina yhden merkkijonon. Sinun pitäisi laatia Java-kielinen ohjelma, joka lukee edellä kuvatut syötteen  $w$  ja  $p$  ja tulostaa ”kyllä”, jos  $p(w)$  palauttaa arvon 1; muuten ohjelmasi pitää tulostaa ”ei”.

Onko tehtävä mahdollinen ratkaista? Jos ei, niin miksi ei? Jos on, niin hahmottele lyhyesti, miten sen voisi ratkaista.

(b) Kuten edellinen kohta, mutta ohjelmointitehtävä on seuraava:

Syötteenä annetaan säännöllinen lauseke  $R$  ja Java-kielinen lähdekoodi aliohjelmalle  $p$ . Aliohjelmasta  $p$  voidaan olettaa, että se saa parametrina yhden merkkijonon.

Sinun pitäisi laatia Java-kielinen ohjelma, joka lukee edellä kuvatut syötteen  $R$  ja  $p$  ja tulostaa ”kyllä”, jos  $p$  tunnistaa lausekkeen  $R$  kuvaaman kielen  $L(R)$ ; muuten ohjelmasi pitää tulostaa ”ei”.

(Sanomme, että  $p$  tunnistaa kielen  $A$ , jos  $p(w)$  palauttaa 1 jos  $w \in A$ , ja 0 jos  $w \notin A$ .)

**Muista myös antaa palautetta kurssista!**