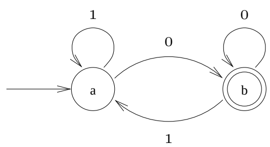
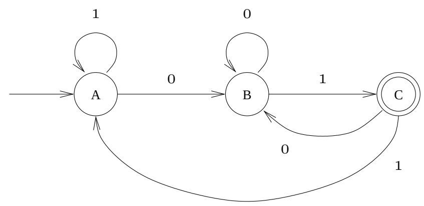
582206 Laskennan mallit (syksy 2007)
Harjoitus 5 (2.–5.10.)

1. Olkoon akkoston $\{ 0, 1 \}$ kieli A niiden merkkijonojen joukko, jotka loppuvat nollaan, ja kieli B niiden merkkijonojen joukko, jotka loppuvat 01. Nämä kielet voidaan tunnistaa seuraavilla äärellisillä automaateilla M_A ja M_B:



Automaatti M_A.



Automaatti M_B.

Muodosta kielelle $A \cup B$ sen tunnistava epädeterministinen äärellinen automaatti soveltamalla luentojen sivuilla 77–79 esitettyä konstruktiota (Sipser s. 59–60). Muodosta tämän jälkeen saman kielen tunnistava deterministinen automaatti soveltamalla luentojen sivuilla 70–72 esitettyä konstruktiota (Sipser s. 55–56). Jätä automaatista pois tilat, joihin ei pääse alkutilasta. Vertaa tulosta luentojen sivulla 50 esitettyyn automaattiin, joka tunnistaa saman kielen.

2. Tarkastellaan samoja kieliä A ja B sekä automaatteja M_A ja M_B kuin tehtävässä 1. Muodosta kielen $A \circ B$ tunnistava epädeterministinen äärellinen automaatti luentojen sivuilla 80–81 esitetyllä konstruktiolla. Esitä syntyneen automaatin laskentapuu syötteillä 001001 ja 1110011011001.

3. (Sipser Problem 1.31) Määritellään kielen A käänteiskieli

$$A^{\mathcal{R}} = \{ w^{\mathcal{R}} \mid w \in A \} .$$

Osoita, että jos A on säännöllinen, niin myös $A^{\mathcal{R}}$ on.

4. (a) Sanotaan, että merkkijono w on merkkijonon x *alkuosa*, jos jollakin merkkijonolla z pätee $x = wz$. Kun A on aakkoston Σ kieli, määritellään sen alkuosien joukko

$$\textsc{Prefix}(A) = \{ w \in \Sigma^* \mid wz \in A \text{ jollakin } z \in \Sigma^* \} .$$

Osoita, että jos A on säännöllinen, niin myös $\textsc{Prefix}(A)$ on.

(b) Sanotaan, että merkkijono w on merkkijonon x *loppuosa*, jos jollakin merkkijonolla z pätee $x = zw$. Kun A on aakkoston Σ kieli, määritellään sen loppuosien joukko

$$\textsc{Suffix}(A) = \{ w \in \Sigma^* \mid zw \in A \text{ jollakin } z \in \Sigma^* \} .$$

Osoita, että jos A on säännöllinen, niin myös $\textsc{Suffix}(A)$ on. *Vihje*: voit käyttää hyväksi edellistä kohtaa ja tehtävän 3 tulosta.