

582206 Laskennan mallit (syksy 2007)

Harjoitus 7 (30.10.–2.11.)

1. Mitkä seuraavista aakkoston $\Sigma = \{0, 1\}$ kielistä ovat säännöllisiä, mitkä eivät:

- (a) Kieli A_1 koostuu merkkijonoista, joissa osamerkkijono 01 esiintyy yhtä monta kertaa kuin 10. (Myös osittain päällekkäiset esiintymät lasketaan, esim. merkkijonossa 010 sekä 01 että 10 esiintyvät kerran, joten $010 \in A_1$.)
- (b) $A_2 = \{0^n 10^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- (c) $A_3 = \{0^n 0^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- (d) $A_4 = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$
- (e) $A_5 = \{wuw^R \mid w, u \in \Sigma^+\}$

Perustele (esim. esittämällä automaatti tai soveltamalla pumppauslemmaa).

2. Osoita, että seuraavat aakkoston $\Sigma = \{0, 1\}$ kielet eivät ole säännöllisiä:

$$\begin{aligned} B_1 &= \{0^m 1^k 0^n \mid m, k, n \in \mathbb{N} \text{ ja } m \neq n\} \\ B_2 &= \{w \in \Sigma^* \mid w \neq w^R\}. \end{aligned}$$

Voit käyttää hyväksesi tehtävän 1 tuloksia ja säännöllisten kielten sulkeumaominaisuuksia.

3. Jos kielellä A on äärellinen pumppauspituus, niin jollakin p pätee, että kaikki luvut $p' \geq p$ ovat kielen A pumppauspituuksia (määritelmän 1.16 mukaisesti), mutta mikään $p' < p$ ei ole. Sanomme tätä lukua p kielen A *pienimmäksi pumppauspituudeksi*.

Mitkä ovat seuraavien kielten pienimmät pumppauspituudet? Perustele.

$$\begin{aligned} C_1 &= (01)^* \\ C_2 &= 1^* 01^* 01^* \\ C_3 &= \varepsilon \\ C_4 &= 00100. \end{aligned}$$

4. (Sipser Problem 1.63)

- (a) Olkoon A ääretön säännöllinen kieli. Osoita, että on olemassa äärettömät säännölliset kielet B_1 ja B_2 , joilla $B_1 \cup B_2 = A$ ja $B_1 \cap B_2 = \emptyset$.
- (b) Merkitään $A \subset\subset B$, jos $A \subset B$ ja $B - A$ on ääretön. Olkoot B ja D säännöllisiä kieliä, joilla $B \subset\subset D$. Osoita, että on olemassa säännöllinen kieli C , jolla $B \subset\subset C$ ja $C \subset\subset D$.