

582206 Laskennan mallit (syksy 2007)

Harjoitus 8 (6.–9.11.)

Perustehtävät

Ratkaise seuraavat tehtävät ennen laskuharjoitustilaisuutta. Jos niissä on jotain epäselvää, valmistaudu kysymään asiasta laskuharjoituksissa.

1. Esitä yhteydettömät kieliopit, jotka tuottavat seuraavat aakkoston $\Sigma = \{0, 1\}$ kielet:
 - (a) parittoman mittaiset merkkijonot
 - (b) merkkijonot, joilla on osamerkkijono 111
 - (c) merkkijonot, joissa on ainakin kaksi merkkiä ja joiden ensimmäinen ja viimeinen merkki ovat samat
 - (d) parittoman mittaiset merkkijonot, joiden ensimmäinen ja keskimäinen merkki ovat samat.

(Kohta (d) on hieman vaikeampi.)

2. Esitä yhteydettömät kieliopit, jotka tuottavat seuraavat aakkoston $\Sigma = \{0, 1\}$ kielet:
 - (a) $01^* \cup 10^*$
 - (b) $\{0^n 1^m \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ ja } m \geq n\}$
 - (c) $\{0^n 1^k 0^m \mid m, n, k \in \mathbb{N} \text{ ja } k = n + m\}$

3. Tarkastellaan yhteydetöntä kielioppia

$$S \rightarrow SAB \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow aA \mid a$$

$$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$$

Esitä jokin johto merkkijonolle abbaab. Esitä merkkijonolle aa kaksi erilaista jäsennysspuuta ja kummallekin siitä vastaava vasen johto.

Yhteistehtävät

Lue seuraavat tehtävät huolellisesti ja kerta tarvittavat käsitteet kurssikirjasta. Valmistaudu osallistumaan tehtävien ratkaisemiseen laskuharjoitustilaisuudessa yhteisvoimin. (Näitä tehtäviä siis *ei* ole tarkoitus ratkaista itsenäisesti etukäteen.)

4. Esitä yhteydetön kielioppi, joka tuottaa tasan ne aakkoston $\{0, 1\}$ merkkijonot, joissa on yhtä paljon nollia ja ykkösiä.
5. Osoita, että kielioppi

$$\begin{aligned} \langle \text{lause} \rangle &\rightarrow \langle \text{if-then-else} \rangle \mid \langle \text{if-then} \rangle \mid p \\ \langle \text{if-then-else} \rangle &\rightarrow \mathbf{if\ b\ then} \langle \text{lause} \rangle \mathbf{else} \langle \text{lause} \rangle \\ \langle \text{if-then} \rangle &\rightarrow \mathbf{if\ b\ then} \langle \text{lause} \rangle \end{aligned}$$

on moniselitteinen. Pääteakkostona siis on $\{\mathbf{if, then, else, b, p}\}$; päätemerkkien väliin on lisätty tyhjää selvyuden vuoksi.

Laadi yksiselitteinen kielioppi samalle kielelle.

6. Yhteydetön kielioppi on *oikealle lineaarinen*, jos sen kaikki säännöt ovat muotoa $A \rightarrow \varepsilon$, $A \rightarrow a$ tai $A \rightarrow aB$, missä A ja B ovat muuttujia ja a päätemerkki. Osoita, että oikealle lineaarisen kieliopin tuottama kieli on säännöllinen. (*Vihje*: muodosta NFA, jonka tilat vastaavat kieliopin muuttujia.)
7. Osoita, että mikä tahansa säännöllinen kieli voidaan tuottaa oikealle lineaarisella kieliopilla. (Määritelmä on edellisessä tehtävässä.)