

582206 Laskennan mallit (syksy 2007)

1. kurssikoe 18.10. kello 9–12 auditorio A111

Kaikissa tehtävissä voi pitää tunnettuna mitä tahansa kurssilla esitettyjä tuloksia. Maksimipistemäärä on 24 pistettä.

1. [8 pistettä] Esitä kullekin seuraavista aakkoston $\Sigma = \{a, b, c\}$ kielistä kielen tunnistava deterministinen äärellinen automaatti ja kieltä esittävä säännöllinen lauseke:

- (a) merkkijonot, joissa a-merkkien lukumäärä on korkeintaan kolme
- (b) merkkijonot, jotka loppuvat ”baa”
- (c) merkkijonot, jotka eivät sisällä osamerkkijonoa ”abc”
- (d) merkkijonot, joissa ei ole kahta samaa merkkiä peräkkäin.

2. [6 pistettä] Muodosta epädeterministinen äärellinen automaatti kielelle $(0^* \cup 11)^*$. Muodosta saamastasi epädeterministisestä automaatista edelleen deterministinen äärellinen automaatti.

Muodosta kumpikin automaatti soveltamalla suoraan vastaavaa kurssilla esitettyä menetelmää. Välivaiheita ei tarvitse esittää, vaan vastaukseksi riittää pelkästään kaksi automaattia, joista näkee, että ne on muodostettu annetuilla menetelmillä.

3. [6 pistettä]

- (a) Miten mielivaltaisesta epädeterministisestä automaatista saadaan saman kielen tunnistava epädeterministinen automaatti, jossa on vain yksi hyväksyvä tila? Anna vastauksessasi sekä lyhyt sanallinen ja kuvallinen selitys että täsmällinen matemaattinen konstruktio.

- (b) Olkoot $N_A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, q_A, \{q_{F,A}\})$ ja $N_B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, q_B, \{q_{F,B}\})$ kaksi epädeterminististä äärellistä automaattia, joilla kummallakin on vain yksi hyväksyvä tila. Oletetaan lisäksi, että $Q_A \cap Q_B = \emptyset$. Halutaan muodostaa epädeterministinen äärellinen automaatti $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{q_F\})$, joka tunnistaa kielen $L(N_A) \circ L(N_B)$. Toimiiko seuraava konstruktio oikein kaikilla ehdot täyttävillä N_A ja N_B :

- $Q = Q_A \cup (Q_B - \{q_B\})$
- $q_0 = q_A$
- $q_F = q_{F,B}$
- $\delta(q_{F,A}, a) = \delta_A(q_{F,A}, a) \cup \delta_B(q_B, a)$ kaikilla $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$; muuten $\delta(q, a) = \delta_A(q, a)$ kun $q \in Q_A$ ja $\delta(q, a) = \delta_B(q, a)$ kun $q \in Q_B$.

Entä toimiiko konstruktio, jos oletetaan erityisesti, että N_A ja N_B on saatu (a)-kohdassa esittämäsi konstruktion tuloksena? Perustele vastauksesi lyhyesti (esim. parilla virkkeellä ja kuvalla).

- (c) Onko säännöllinen kieli $0^* \cup 1^*$ mahdollista tunnistaa *deterministisellä* äärellisellä automaatilla, jossa on vain yksi hyväksyvä tila? Perustele täsmällisesti.

4. [4 pistettä] Kun $a = a_1 \dots a_n$ ja $b = b_1 \dots b_n$ ovat kaksi aakkoston Σ yhtä pitkää merkkijonoa, missä $a_i \in \Sigma$ ja $b_i \in \Sigma$ kaikilla i , määritellään aakkoston $\Sigma \times \Sigma$ merkkijono $\text{PARIT}(a, b) = (a_1, b_1) \dots (a_n, b_n)$. Todista, että jos A ja B ovat säännöllisiä aakkoston Σ kieliä, niin kieli

$$\{\text{PARIT}(a, b) \mid a \in A, b \in B, |a| = |b|\}$$

on säännöllinen aakkoston $\Sigma \times \Sigma$ kieli. Esitä ratkaisusi samalla tarkkuustasolla, kuin luennoilla ja harjoituksissa on käytetty tällaisille todistuksille.

(Problems in English on the reverse side)