

581336 Laskennan teoria (syksy 2003)

Harjoitus 8 (9.–10.12.2003)

Opetus päättyy 10.12. Siis erityisesti torstaina 11.12. ja perjantaina 12.12. ei enää ole laskuharjoitus-tilaisuuksia; vierailkaa tiistain ja keskiviikon ryhmissä tarpeen mukaan.

Kurssikoe on perjantaina 12.12. kello 9–13 Auditoriossa.

1. Vastaa kurssikyselyyn osoitteessa

<http://ilmo.cs.helsinki.fi/kurssit/servlet/Valinta>

(linkki myös kurssin kotisivulla). Jotta kurssin vaativuustasosta saisi konkreettisemmän arvion, voit kohdassa 19 ilmoittaa suunnilleen **kuinka monta tuntia viikossa** käytit harjoitusten tekemiseen ja kuinka suuren osan harjoituksista sait tässä ajassa tehdyksi.

Kaikki palaute on tervetullutta opettajille, ja kurssikyselyjen tuloksia käytetään yleisemminkin laitoksen opetuksen arvioinnissa ja kehittämässä. Olisi siis erittäin suotavaa että mahdollisimman moni vastaisi kyselyyn, vaikka ei olisikaan mitään erityistä moitittavaa tai kehuttavaa.

2. Osoita, että klikkiongelma (CLIQUE) on NP-täydellinen. *Vihje:* Tee palautus riippumaton joukko -ongelmasta. Tarkastele verkon $G = (V, E)$ komplementtiverkkoa $\bar{G} = (V, (V \times V) - E)$.
3. *Dominoiva joukko* (Dominating Set) on seuraava ongelma:

Annettu suuntaamaton verkko $G = (V, E)$, luonnollinen luku k

Kysymys onko verkossa G dominoiva joukko jonka koko on k , ts. sellainen solmujoukko $U \subseteq V$ että $|U| = k$ ja kaikilla $v \in V$ pätee $v \in U$ tai $(u, v) \in E$ jollain $u \in U$.

Vihje: palautus solmupeiteongelmasta.

4. Osoita, että seuraava *kaksinkertainen toteutuvuus* -ongelma on NP-täydellinen:

Annettu propositiologiikan kaava $\phi(x_1, \dots, x_n)$

Kysymys onko kaavalla ϕ ainakin kaksi toteuttavaa arvojakaumaa, ts. onko olemassa kaksi eri jonoa $(v_i), (w_i) \in \{0, 1\}^n$ joilla $\phi(v_1, \dots, v_n) = \phi(w_1, \dots, w_n) = 1$

5. Olkoon f joukossa $\{2, 3, 4, \dots\}$ määritelty funktio, jolla $f(x)$ on luvun x pienin alkutekijä. Siis esim. $f(13) = 13$ koska 13 on alkuluku, $f(15) = 3$ koska $15 = 3 \cdot 5$ ja $f(1573) = 11$ koska $1573 = 11 \cdot 11 \cdot 13$. Osoita että jos $P = NP$ niin funktio f voidaan laskea polynomisessa ajassa.

Yleisluontoinen vihje: Koska NP on luokka päätösongelmia ja funktion f laskeminen on etsintäongelma, sinun pitää palauttaa f jonoksi päätösongelmia samaan tapaan kuin esim. harjoituksen 6 tehtävässä 4. Ongelmana on löytää sopiva luokan NP päätösongelma.