

## 58131 Tietorakenteet (kevät 2007)

### 1. kurssikoe 26.2. kello 9–12 A111

Vastaa kuhunkin tehtävistä 1–4 omalle paperilleen. Kirjoita oma nimesi ja kurssin nimi jokaiseen paperiin. Palauta asianmukaisesti merkitty paperi myös niistä tehtävistä, joihin et vastaa.

1. [5 pistettä]

- (a) Pitääkö paikkansa, että  $5 \log_2 n = O(n^3)$ ?
- (b) Pitääkö paikkansa, että  $5 \cdot 2^n = O(n^3)$ ?

Kummassakin kohdassa perustele vastauksesi täsmällisesti  $O$ -merkinnän määritelmästä lähtien.

Tehtävän pitäisi olla ratkaistavissa käyttämällä määritelmien ja potenssien peruslaskusääntöjen lisäksi esim. epäyhtälöä  $2^n > n$  kaikilla  $n \in \mathbb{N}$ . Voit halutessasi käyttää muitakin logaritmi- ja eksponenttifunktion perusominaisuuksia, kunhan ilmoitat selvästi, mitä ominaisuuksia käytät.

2. [7 pistettä] Halutaan toteuttaa linkitettyä listana tietotyyppi, johon kohdistuu kolmenlaisia operaatioita:

- SEARCH( $S, k$ ): avaimen  $k$  haku joukosta  $S$  (kuten tavallisella joukolla)
- INSERT( $S, x$ ): alkion  $x$  lisäys joukkoon  $S$  (kuten tavallisella joukolla)
- SPLIT( $S, k, P, Q$ ): Luodaan uudet joukot  $P$  ja  $Q$ . Joukkoon  $P$  tulee kaikki ne joukon  $S$  alkio, joiden avain on korkeintaan  $k$ . Loput alkioit tulevat joukkoon  $Q$ . Operaatioissa joukko  $S$  tulee tyhjäksi.

Aiotusta sovelluksesta tiedetään, että yleisimpiä operaatioita ovat alkion lisääminen ja joukossa olevan avaimen hakeminen; SPLIT on harvinaisempi.

- (a) Minkä muunnelman linkitetystä listasta valitsisit? Perustele lyhyesti.
- (b) Esitä SPLIT-operaation toteutus pseudokoodina käyttäen valitsemasi tyyppisiä listoja. Vältä turhaa uusien solmujen luomista.
- (c) Olisiko tietotyyppi mielestäsi kuitenkin parempi toteuttaa tasapainoisilla hakupuilla? Esittele lyhyesti kummankin ratkaisutavan hyviä ja huonoja puolia. (Älä rupea tarkasti miettimään SPLIT-operaation hakupuutoteutusta. Vetoaminen tietorakenteiden tunnettuihin yleisiin ominaisuuksiin riittää.)

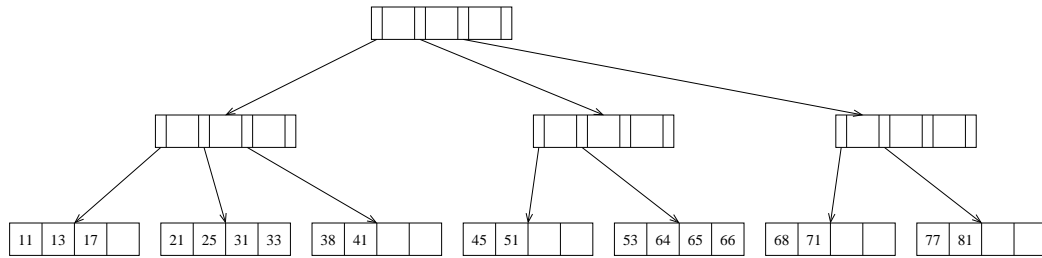
3. [7 pistettä] Halutaan liittää punamustan puun jokaiseen solmuun  $x$  kokonaisluku  $size[x]$ , joka on solmun  $x$  jälkeläisten lukumäärä.

- (a) Esitä algoritmi, jolla  $size$ -arvot saadaan lasketuksi, kun annettussa punamustassa puussa nämä kentät ovat aluksi tyhjiä.
- (b) Oletetaan, että edellisen kohdan mukaiset  $size$ -arvot ovat nyt solmuissa. Esitä tehokas algoritmi, joka annettulla avaimella  $k$  palauttaa puussa olevien avainta  $k$  pienempien avainten lukumäärän. Voit olettaa, että mikään avain ei esiinny puussa useammin kuin kerran.
- (c) Kuvaava lyhyesti, miten  $size$ -arvojen ylläpitäminen voitaisiin ottaa huomioon punamustan puun lisäys- ja poisto-operaatioissa.

**Käännä!**

4. [5 pistettä]

(a) Täydennä alla kuvattuun  $B^+$ -puuhun viitta-arvot, jotka toteuttavat tarvittavat ehdot.



(b) Lisätään (a)-kohdan  $B^+$ -puuhun kolme avainta 32, 15 ja 12. Esitä puun tilanne kunkin lisäyksen jälkeen.

(c) Poistetaan (a)-kohdan  $B^+$ -puusta kaksi avainta 51 ja 77. Esitä puun tilanne kummankin poiston jälkeen.

Kohdissa (a) ja (b) ei ole tarpeen piirtää uudelleen puun muuttumattomia osia, kunhan ne selvästi ilmenevät piirroksesta.