

58131 Tietorakenteet (kevät 2007)

2. kurssikoe 7.5. kello 9–12 A111

Vastaa kuhunkin tehtävistä 1–4 omalle paperilleen. Kirjoita oma nimesi ja kurssin nimi jokaiseen paperiin. Palauta asianmukaisesti merkitty paperi myös niistä tehtävistä, joihin et vastaa.

1. [4 pistettä] Kurssilla on esitetty mm. algoritmit (a) lisäysjärjestäminen, (b) kekojärjestäminen, (c) lomitusjärjestäminen ja (d) pikajärjestäminen. Mainitse jokaiselle näistä algoritmeista yksi tai useampi hyvä puoli, joiden suhteen se eroaa edukseen muista kolmesta.
2. [6 pistettä] Syötteenä annetaan jono, jossa on n luonnollista lukua x_1, \dots, x_n . Tehtävänä on poistaa jonosta *toistuvat alkiot* (duplikaatit) eli tilanteet, joissa $x_i = x_j$ joillain $i \neq j$. Toisin sanoen halutaan tulostaa jono y_1, \dots, y_m , jossa esiintyy tarkalleen samat luvut kuin jonossa x_1, \dots, x_n , mutta jokainen luku esiintyy tasan kerran. Jono y_1, \dots, y_m saa olla missä tahansa järjestyksessä.

Syötteenä annetut luvut x_i eivät ole jonossa missään erityisessä järjestyksessä, ja niiden lukumäärä n on n . viisi miljoonaa. Kirjoitettavan ohjelman on tarkoitus toimia normaalissa pöytätietokoneessa, jossa on $n \cdot 10^9$ tavua muistia.

Esitä periaatteellisella tasolla tehtävälle tehokas ratkaisumenetelmä, kun

- (a) luvut ovat kokonaislukuja väliltä $0 \leq x_i \leq 10\,000$, mutta muuten ne voivat olla mitä tahansa
- (b) luvut ovat kokonaislukuja väliltä $0 \leq x_i \leq 10^{12}$, mutta muuten ne voivat olla mitä tahansa
- (c) luvut ovat kokonaislukuja väliltä $0 \leq x_i \leq 10^{12}$ ja niiden lisäksi oletetaan jakautuneen tälle välille tasaisesti.

Menetelmän valinnassa kiinnitä kohdissa (a) ja (b) huomio pahimpaan tapaukseen ja kohdassa (c) keskimääräiseen tapaukseen. Perustele valintasi.

Yksityiskohtaisia pseudokodeja ei tarvitse esittää; kuvaa vain ratkaisujesi keskeiset tietorakenteet ja niiden käyttötapa. Voit olettaa tunnetuiksi kaikki kurssilla esitetyt tietorakenteet ja algoritmit.

3. [6 pistettä] Tarkastellaan tietoliikenneverkkoa, jossa on n tietokonetta a_1, \dots, a_n .

Jos koneiden a_i ja a_j välillä on suora tietoliikenneyhteys (kaapeli tms.), yhteyteen liittyy viive $p(i, j)$, joka on tunnettu positiivinen reaali-luku. Viive $p(i, j)$ kertoo, kuinka kauan (määrämittaisen) viestin kulkeminen näiden kahden koneen välillä kestää. Yhteydet eivät ole symmetrisiä, ts. voi olla $p(i, j) \neq p(j, i)$.

Lisäksi jokaiseen koneeseen a_i liittyy oma viipeensä $q(i)$, joka kertoo, kuinka kauan koneen a_i kautta kulkeva viesti joutuu odottamaan koneessa a_i , ennen kuin pääsee jatkamaan matkaansa.

Usean koneen kautta kulkevan viestin vaatima kokonaisaika on summa matkan varrella olevien koneiden ja yhteyksien viipeistä. Mukaan lasketaan myös viestin lähettävän ja vastaanottavan koneen viipeet.

Tehtävänä on löytää kullekin $j = 2, \dots, n$ nopein reitti koneesta a_1 koneeseen a_j . Esitä tehtävälle tehokas ratkaisualgoritmi. Selitä lyhyesti algoritmisi perusajatus ja analysoi sen aikavaativuutta. Voit tehdä haluamiasi (järkeviä) oletuksia siitä, miten syöte on esitetty.

Esitä varsinainen algoritmisi pseudokoodina suunnilleen samalla tarkkuustasolla, jota kurssilla on käytetty verkkoalgoritmien esittämiseen. Pseudokoodia ei tarvitse esittää mahdollisten apu-tietorakenteiden (lista, prioriteettijono, tasapainoinen hakupuu jne.) operaatioille, vaan ne voi olettaa tunnetuiksi. Samoin voit olettaa tunnetuiksi näiden operaatioiden aikavaativuudet yms.

Käännä!

4. [8 pistettä] Seuraavassa on esitetty kaksi ongelmaa ja kummallekin ehdotettu ratkaisuperiaate. Ilmoita kummassakin tapauksessa, toimiiko ehdotetun lainen ratkaisu oikein. Jos ei toimi, anna vastaesimerkki, joka osoittaa ratkaisuperiaatteen virheellisyyden. Jos toimii, perustele, miksi näin on.
- (a) **Tehtävä:** Annetusta suuntaamattomasta verkosta on löydettävä mahdollisimman lyhyt sykli. Jos lyhimpiä syklejä on useita, mikä tahansa niistä kelpaa.
- Ehdotettu ratkaisu:** Suoritetaan syvyysuuntainen läpikäynti ja pidetään kirjaa solmujen syvyyksistä syvyysuuntaisessa puussa. Kun löydetään takautuva kaari (u, v) , se muodostaa yhdessä puukaarten kanssa syklin, jonka pituus on $depth[u] - depth[v] + 1$. Valitaan lyhin näistä sykleistä.
- (b) **Tehtävä:** On annettu suuntaamaton painotettu verkko ja sen kaksi solmua s ja t . Sanotaan polun *maksimipainoksi* suurinta polkuun kuuluvan yksittäisen kaaren painoa. Tehtävänä on löytää solmusta s solmuun t polku, jonka maksimipaino on mahdollisimman pieni. Jos saman pienimmän maksimipainon saavuttavia polkuja on useita, mikä tahansa niistä kelpaa.
- Ehdotettu ratkaisu:** Muodostetaan verkolle pienin virittävä puu. Kuljetaan solmusta s solmuun t tämän puun kaaria pitkin.