

## 58131 Tietorakenteet (kevät 2007)

### Harjoitus 11 (23.–27.4.)

Nämä ovat viimeiset laskuharjoitustehtävät. TRAKLA2-tehtävien viimeinen suorituspäivä on 30.4. Toinen kurssikoe on maanantaina 7.5. kello 9.00-12.00.

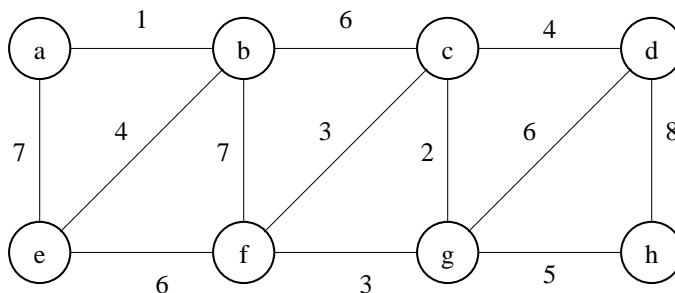
1. Tarkastellaan  $n$  valuuttaa  $c_1, \dots, c_n$ , joita voidaan vaihtaa toisiinsa. Esim.  $c_1$  on euro,  $c_2$  punta,  $c_3$  dollari jne. Kullekin parilla  $(c_i, c_j)$  on annettu vaihtokurssi  $r_{ij}$ , jolla valuuttaa  $c_i$  voi vaihtaa valuutaksi  $c_j$ . Siis  $x$  yksikköllä valuuttaa  $c_i$  voi ostaa  $r_{ij} \cdot x$  yksikköä valuuttaa  $c_j$ . Voidaan olettaa, että kurssi  $r_{ij}$  on kaikilla  $i, j$  äärellinen ja positiivinen.

Normaalisti valuutan vaihtaminen toiseksi aiheuttaa kuluja, joten esim.  $r_{ij}r_{ji} < 1$  kaikilla  $i, j$ . Toisinaan voi kuitenkin syntyä tilanne, jossa joillain valuutoilla  $c_{i_1}, \dots, c_{i_k}$  pätee

$$r_{i_1 i_2} r_{i_2 i_3} \dots r_{i_{k-1} i_k} r_{i_k i_1} > 1.$$

Tällöin siis esim. valuuttassa  $c_{i_1}$  olevaa rahaa voi ilmaiseksi monistaa kierrättämällä sitä valuuttojen  $c_{i_2}, \dots, c_{i_k}$  kautta. Esitä algoritmi tällaisen tilanteen havaitsemiseksi, kun kurssit  $r_{ij}$  on annettu.

2. Muodosta seuraavalle verkolle pienin virittävä puu simuloimalla Kruskalin algoritmia. Oleta, että samanpainoiset kaaret käsitellään aakkosjärjestyksessä. Mitkä muut lopputulokset olisivat mahdollisia, jos samanpainoiset kaaret käsiteltäisiin jossain muussa järjestyksessä?



3. Suuntaamaton verkko  $G = (V, E)$  on esitetty vieruslistoina. Verkosta voidaan olettaa, että se on yhtenäinen. Ongelmana on päättää, voidaanko verkosta poistaa yksi kaari siten, että verkko säilyy yhtenäisenä. Jos voidaan, pitää lisäksi löytää yksi tällainen kaari. Esitä ongelmalle ajassa  $O(|V| + |E|)$  toimiva algoritmi. Voisiko ongelman ratkaista peräti ajassa  $O(|V|)$ ?

4. Osoita, että jos painotetussa verkossa  $G = (V, E)$  millään kahdella kaarella ei ole samaa painoa, niin verkolla on vain yksi pienin virittävä puu.

*Vihje:* tähän voi soveltaa samaa päättelyä kuin Luukkaisen ja Nykäsen monisteen lauseessa 7.2, tai suoraan tätä lausetta.

5. Anna kurssista palautetta osoitteesta

<https://ilmo.cs.helsinki.fi/kurssit/servlet/Valinta>

löytyvällä lomakkeella. Palautetta ei tarvitse antaa juuri nyt, voit odottaa esim. tentin yli, mutta älä unohda!

Olisi erittäin toivottavaa, että mahdollisimman moni kurssin osallistuja antaisivat palautetta, myös ne, joilla ei ole mitään erityistä moitittavaa tai kiitettävää. Kurssipalaute käydään tarkasti läpi ja opetusta pyritään kehittämään sen pohjalta, mutta yleensä alhainen vastausprosentti vaikeuttaa johtopäätösten tekemistä.