

58131 Tietorakenteet (kevät 2008)

2. kurssikoe 5.5. kello 9–12 A111

Vastaa kuhunkin tehtävistä 1–4 omalle paperilleen. Kirjoita oma nimesi ja kurssin nimi jokaiseen paperiin. Palauta nimelläsi merkitty paperi myös niistä tehtävistä, joihin et vastaa.

1. [4 pistettä] Mitä hajautuksessa tarkoitetaan yhteentörmäyksellä? Vertaile lyhyesti ylivuotoketjuja ja avointa hajautusta yhteentörmäysten käsittelyssä.

2. [6 pistettä]

(a) Binääriekona toteutettuun, aluksi tyhjään, minimiprioriteettijonoon lisätään avaimet 5, 15, 10, 21, 18, 7, 13, 25, 23, 9 ja 17 (tässä järjestyksessä). Esitä puina tietorakenteen tärkeimmät välivaiheet sekä lopputulos myös taulukkoon tallennettuna.

(b) Edellisessä kohdassa muodostetusta keosta poistetaan pienin alkio kaksi kertaa. Esitä tietorakenteen tärkeimmät välivaiheet puina.

Kummassakin alakohdassa selitä lyhyesti, mitä muutoksia tietorakenteessa kulloinkin tapahtuu. Kuvissa ei ole tarpeen toistaa muuttumattomia pysyviä osia.

3. [8 pistettä] Esitä kummallekin seuraavista ongelmista tehokas ratkaisualgoritmi ja analysoi ratkaisusi aikavaativuutta. Voit käyttää hyväksi mitä tahansa kurssilla esitettyjä algoritmeja ja niiden aikavaativuuk-
sia. Voit myös tehdä tarkoituksenmukaisia oletuksia siitä, miten syöte on esitetty.

(a) Syöteenä on annettu suunnattu painotettu verkko $G = (V, E)$, jonka painot ovat positiivisia kokonaislukuja. Lisäksi on valittu solmut $s \in V$, $t \in V$ ja $u \in V$. Tehtävänä on löytää mahdollisimman lyhyt polku solmusta s solmuun t siten, että polku kulkee solmun u kautta.

(b) Syöteenä on annettu suunnattu painotettu verkko $G = (V, E)$, jonka painot ovat positiivisia kokonaislukuja. Lisäksi on valittu solmut $s \in V$ ja $t \in V$ sekä joukko solmuja $U = \{u_1, \dots, u_k\} \subseteq V$. Tehtävänä on löytää mahdollisimman lyhyt polku solmusta s solmuun t siten, että polku kulkee ainakin yhden solmun $u_i \in U$ kautta.

4. [6 pistettä] Seuraavassa on kaksi suuntaamatonta painotettuja verkkoja koskevaa väitettä. Ilmoita kummastakin, pitääkö se paikkansa. Jos pitää, niin todista se. Jos ei pidä, niin anna vastaesimerkki.

(a) Jos verkossa on ainakin $|V|$ kaarta ja e on sellainen kaari, että $w(e) > w(e')$ kaikilla $e' \neq e$, niin kaari e ei kuulu mihinkään verkon pienimpään virittävään puuhun.

(b) Jos (v_0, \dots, v_k) on ainoa lyhin polku solmusta v_0 solmuun v_k , niin kaikki kaaret (v_i, v_{i+1}) , $i = 0, \dots, k - 1$, kuuluvat jokaiseen verkon pienimpään virittävään puuhun.