

**Laskennan vaativuus,  
harjoitus 1, 20.3. 2007**

1. Mitkä seuraavista kohdista ovat tosia ja mitkä epätosia:
  - a.  $2n = \mathcal{O}(n)$ .
  - b.  $n^2 = \mathcal{O}(n)$ .
  - c.  $n^2 = \mathcal{O}(n \log^2 n)$ .
  - d.  $n \log n = \mathcal{O}(n^2)$ .
  - e.  $3^n = 2^{\mathcal{O}(n)}$ .
  - f.  $2^{2^n} = \mathcal{O}(2^{2^n})$ .
2. Tarkastellaan Turingin konetta, joka tunnistaa kielen  $B_2 = \{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \in \mathbf{N}\}$  (katso Harjoitus 9 kurssilla Laskennan mallit, syksy 2006). Analysoi koneen aikavaatimus.
3. Laadi epädeterministinen Turingin kone, joka tunnistaa kielen  $\{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ . Analysoi myös koneesi aikavaatimus.
4. Laadi epädeterministinen Turingin kone, joka testaa, onko syötteenä annettu luonnollinen luku yhdistetty luku (eli kahden luonnollisen luvun tulo). Analysoi koneesi aikavaatimus. Koneesta riittää antaa sanallinen kuvaus sillä tarkuudella, että aikavaativuutta voidaan analysoida.
5. Näytä, että luokka  $\mathbf{P}$  on suljettu yhdisteen, komplementin ja peräkkäisen yhdistämisen suhteen. Kielten  $A$  ja  $B$  peräkkäinen yhdistäminen tarkoittaa kieltä  $AB = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$ .