

**Laskennan vaativuus,  
harjoitus 5, palautus viimeistään 30.4. 2007**

1. Tarkastellaan luennoilla esiteltyä ongelmaa MIN-FORMULA.
  - a) Näytä, että  $\text{MIN-FORMULA} \in \text{PSPACE}$ .
  - b) Selitä, miksi ei voida seuraavalla tavalla osoittaa, että  $\text{MIN-FORMULA} \in \text{coNP}$ : Jos  $\phi \notin \text{MIN-FORMULA}$ , niin silloin  $\phi$ :llä on pienempi ekvivalentti kaava. Epädeterministinen Turingin kone voi osoittaa, että  $\phi \in \overline{\text{MIN-FORMULA}}$ , arvaamalla tuon kaavan.
2. Olkoon
$$\text{MULT} = \{abc \mid a, b, c \text{ binaarilukuja, } a \times b = c\}.$$
Näytä, että  $\text{MULT} \in \text{L}$ .
3. Suuntaamaton verkko on *kaksijakoinen* (bipartite), jos sen solmut voidaan jakaa kahteen luokkaan siten, että mikä tahansa särmä kulkee aina luokasta toiseen, ei koskaan saman luokan solmujen välillä. Näytä, että verkko on kaksijakoinen, jos ja vain jos se ei sisällä sykliä, jossa on pariton määrä solmuja. Osoita, että verkon kaksijakoisuuden testaus kuuluu NL:ään. (Itse asiassa se kuuluu L:ään, mikä näytettiin vasta 2004; Reingold: Undirected st-connectivity in log-space).
4. Osoita, että  $\text{BPP} \subseteq \text{PSPACE}$ .
5. Näytä, että mikäli  $\text{NP} \subseteq \text{BPP}$ , niin  $\text{NP} = \text{RP}$ .