

Tietorakenteet, 2. välikoe 18.12. 2000.

Kirjoita jokaiseen paperiin kokeen nimi ja päivämäärä, oma nimesi, henkilötunnuksesi ja nimikirjoituksesi. Numeroi sivut.

Kirjoita jokainen tehtävä omalle paperilleen.

1. a) Näytä askel askeleelta, miten syvyysuuntainen etsintä etenee seuraavassa verkossa. Käsittelysolmut aina numerojärjestyksessä. Merkitse näkyviin ajanhetket d ja f sekä myös isäsolmu. Luokittele kaikki kaaret.

- b) Kirjoita syvyysuuntaisen etsinnän algoritmi, joka perustuu rekursioon.

2. Jompikumpi seuraavista:

- a) Tarkastellaan lyhimpien polkujen laskemista Dijkstran algoritmilla. Oletetaan, että tiedetään positiivinen pituuden alaraja jokaiselle *kaarelle*. Muunna Dijkstran algoritmia siten, että yhden iteraatiokierroksen aikana voidaan antaa lopullinen etäisyys useammalle kuin yhdelle solmulle.
- b) i) Määrittele verkon pienin virittävä puu.
ii) Todista yksityiskohtaisesti seuraava väite: Olkoon $G = (V, E)$ suuntaamaton yhtenäinen verkko ja $S \subset V$ aito, epätyhjä osajoukko. Tällöin on olemassa ainakin yksi särmä $(u, v) \in E$, jolla $u \in S$ ja $v \notin S$.

3. a) Määrittele punamusta puu.

- b) Miksi tasapainoisia hakupuita joskus kannattaa käyttää hajautuksen asemesta?
- c) Näytä, minkälainen punamusta puu syntyy, kun alunperin tyhjään puuhun lisätään avaimet

41, 38, 31, 12, 19, 8.

Tee lisäykset vaiheittain siten, että kaikki kierrot ja väritykset näkyvät.

4. a) Määrittele joukon relaatio ja selitä, miten tällainen relaatio voidaan esittää tietorakenteena.

b) Seuraavassa on annettu eräs joukon $\{1, 2, 3, 4\}$ relaatio:

$(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (2, 1), (1, 4), (4, 1),$
 $(2, 4), (4, 2), (3, 4), (4, 3).$

Tutki, onko se ekvivalenssirelaatio. Perustele.

c) Määrittele relaation transitiivinen sulkeuma ja kirjoita algoritmi, joka laskee transitiivisen sulkeuman.