

Tietorakenteet, 2. välikoe 12.12. 2001.

Kirjoita jokaiseen paperiin kokeen nimi ja päivämäärä, oma nimesi, henkilötunnuksesi ja nimikirjoituksesi. Numeroi sivut.

1. a) Määrittele punamusta puu. (3 p)
- b) Näytä, minkälainen punamusta puu syntyy, kun alunperin tyhjään puuhun lisätään avaimet

38, 31, 8, 41, 12, 19.

Näytä syntynyt punamusta puu jokaisen lisäyksen jälkeen. Näytä luvun 19 lisäämisen yhteydessä, miten lisääminen etenee vaihe vaiheelta: luvun 19 lisäys puuhun ja mahdolliset uudet väritykset ja kierrot. (4 p)

2. a) Määrittele topologinen järjestys. (1 p)
- b) Määrittele vahvasti yhtenäinen komponentti. (1 p)
- c) Mitä valkopolkulause väittää? (1 p)
- d) Määrittele puukaari, etukaari ja takakaari. (1 p)
- e) Milloin yhtenäinen suuntaamaton verkko on (juureton) puu? (1 p)
- f) Määrittele relaation transitiivinen sulkeuma ja selitä, mitä se tarkoittaa, kun relaatio on kuvattu verkkona. (1 p)

3. Oletetaan annetuksi suunnattu verkko, jonka jokaiseen kaareen liittyy kokonaisluku. Tehtävänä on määrätä ja palauttaa ne solmut, joihin päästään parametrina annetusta solmusta kulke-
malla verkon kaaria pitkin seuraavin tarkennuksin ja rajoituksin: Niitä kaaria pitkin, joihin liittyy luku 0, voidaan kulkea myös taaksepäin, ja niitä kaaria pitkin, joihin liittyy luku 1, ei saa kulkea kumpaakaan suuntaan.

Laadi sopiva tietorakenne verkolle ja tietorakennetta käyttävä algoritmi, joka ratkaisee edellä kuvatus tehtävän. Tietorakenteen voi kuvata piirroksella (verkko ja sitä vastaava rakenne) sanallisen selityksen tukemana. Alkuperäisen verkon rakenteen tulee näkyä tietorakenteesta. Algoritmin voi esittää pseudokielellä. Verkko siis annetaan suunnittelemassasi tietorakenteessa algoritmille parametrina samoin kuin lähtösolmu. Algoritmi saa enintään viedä ajan $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ ja tietorakenne saa enintään viedä tilan $\mathcal{O}(|V| + |E|)$. (7 p)

4. Kirjoita joko Kruskalin tai Primin minimaalisen virittävän puun algoritmi. Anna luentomateriaalissa esitetyt lauseet, joista algoritmin oikeellisuus seuraa. Lauseita ei tarvitse todistaa, mutta jos lause perustuu toiselle lauseelle, molemmat tulee antaa ja mainita, kumpi lause on toisen seuraus. (7)