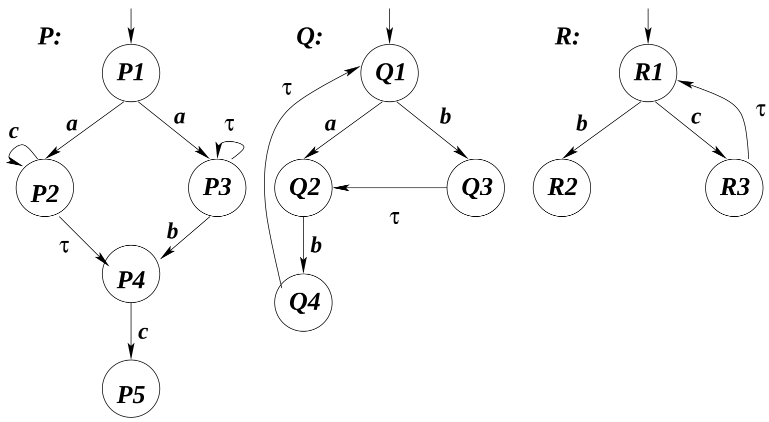
Spesifioinnin ja verifioinnin perusteet

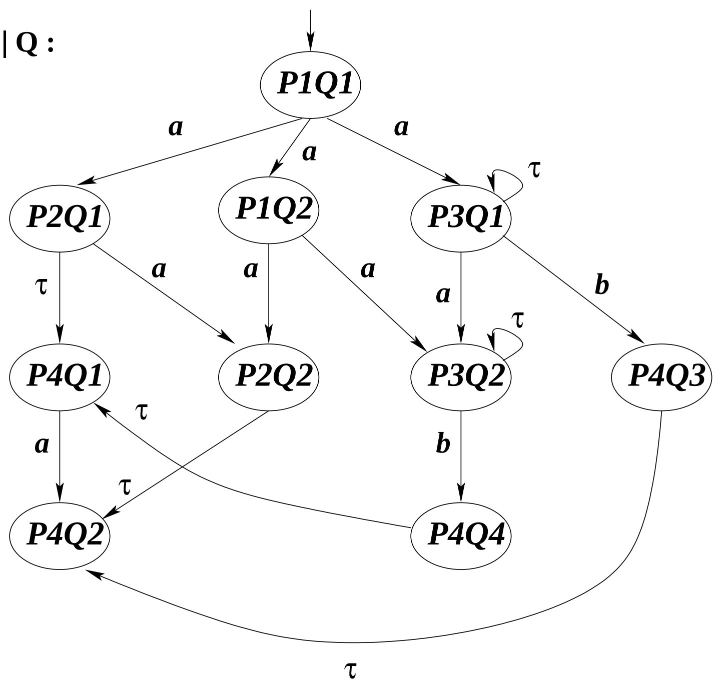
Harjoitus 3, 1.2.2008

1. Tarkastellaan siirtymäsysteemejä:

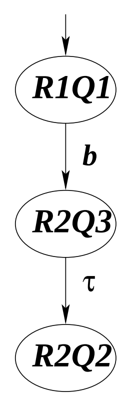


Muodosta yhteistilaverkot $P|[b,c]|Q$ ja $R||Q$ annetuista siirtymäsysteemeistä.

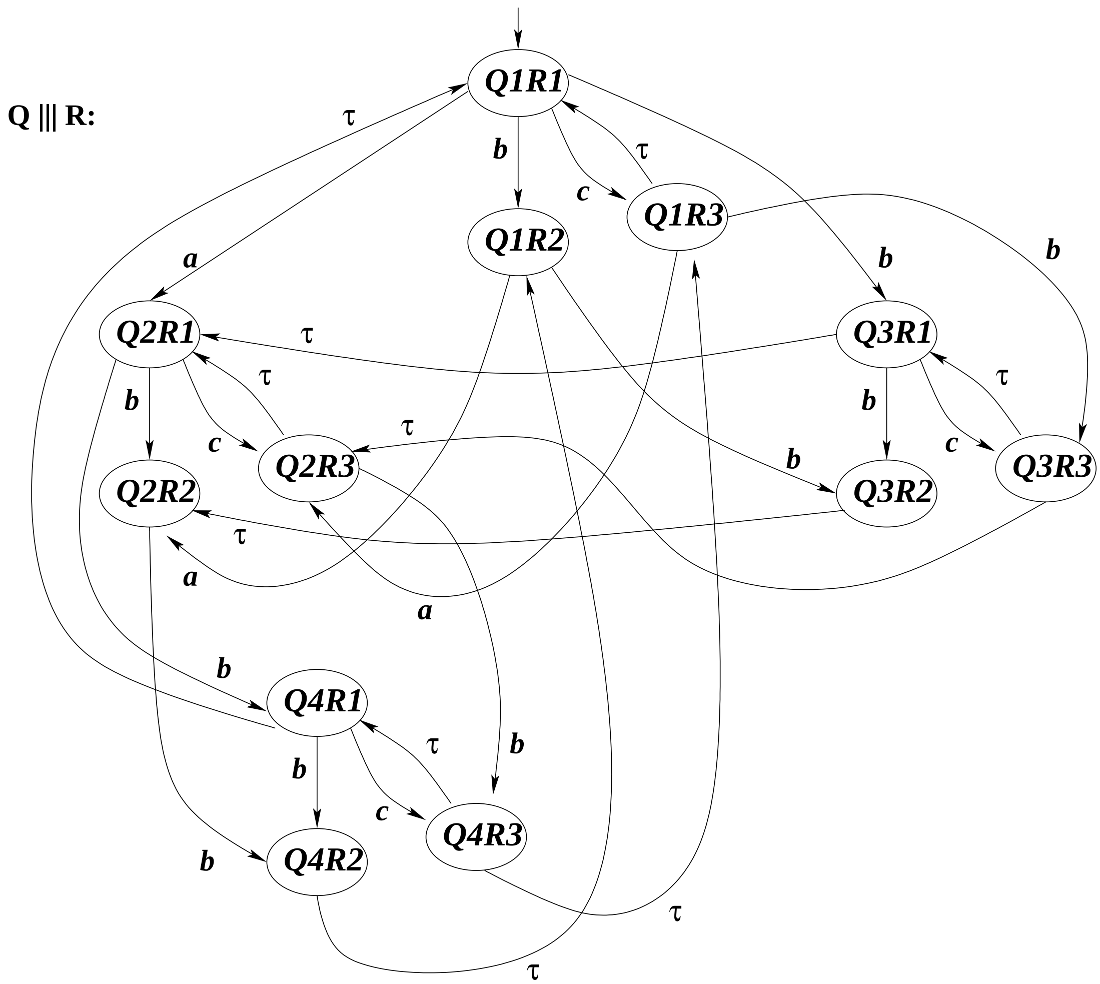
P |[b,c]| Q :

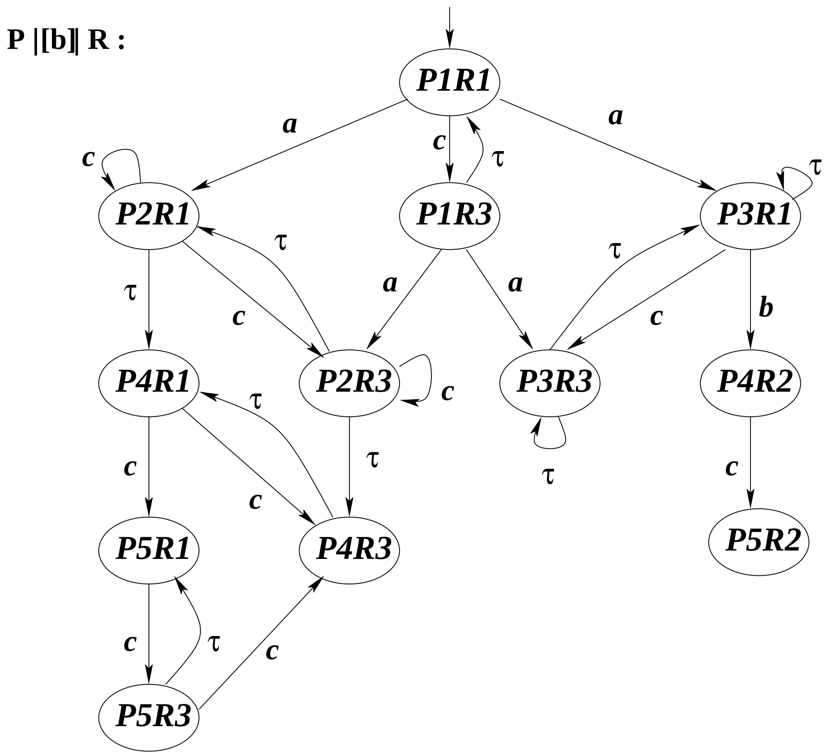


R || Q:



2. Muodosta yhteistilaverkot $Q|||R$ ja $P|[b]|R$ edellisen tehtävän siirtymäsysteemeistä.





3. Päteekö tehtävässä yksi annetuille siirtymäsysteemeille, että

$$P \;|[a,b]|\; (Q \;|[a,b]|\; R) \equiv (P \;|[a,b]|\; Q) \;|[a,b]|\; R,$$

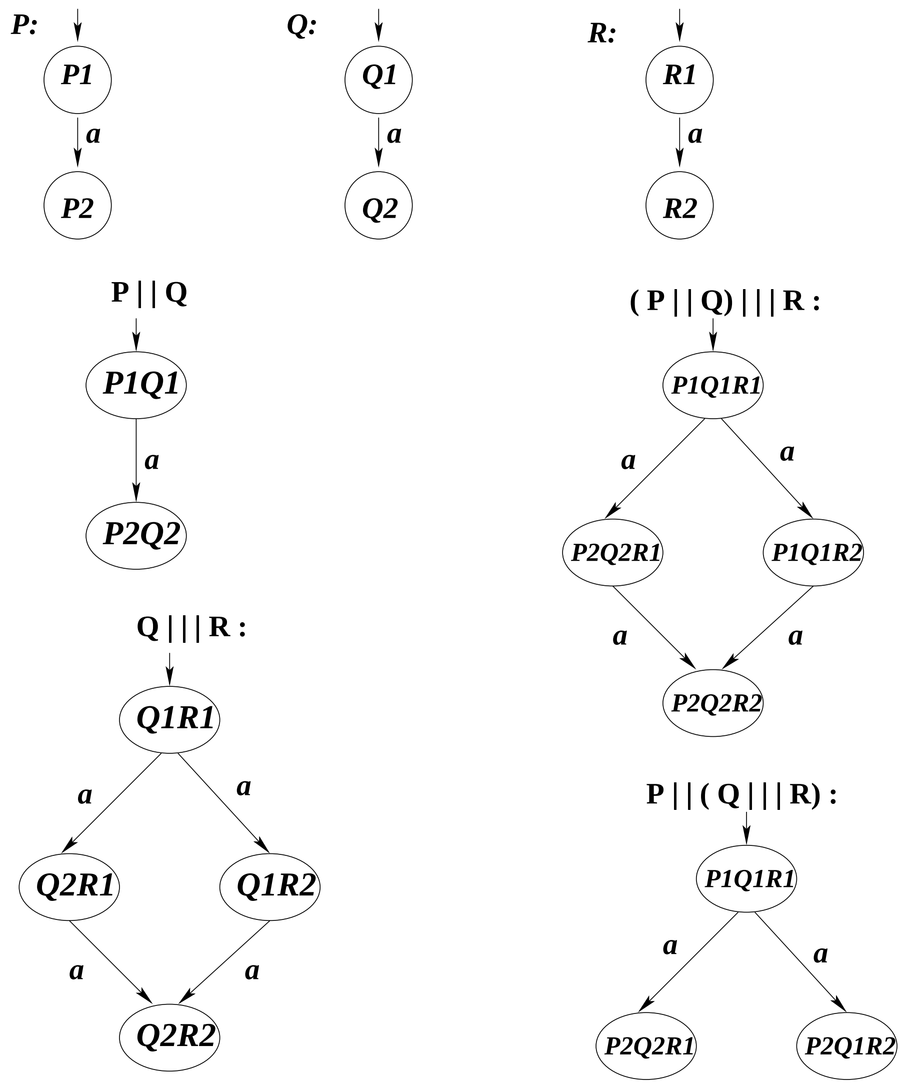
missä '≡ tarkoittaa, että vastaavat siirtymäsysteemit ovat tilojen nimeämistä vaille samat.

Väite pätee, koska monisteen lauseen mukaan mielivaltaisella synkronointijoukolla B

$$P \;|B|\; (Q \;|B|\; R) \equiv (P \;|B|\; Q) \;|B|\; R.$$

B:ksi valitaan tässä tapauksessa joukko, johon kuuluu a ja b.

4. Anna esimerkki tilanteesta, jossa rinnakkaisoperaattori ei ole liitännäinen.



5. Olkoon P, Q ja R prosesseja ja A_P, A_Q, A_R prosessien toimintojoukot. Tällöin

$$P\,|A_P \cap (A_Q \cup A_R)|\,(Q\,|A_Q \cap A_R|\,R) \equiv (P\,|A_P \cap A_Q|\,Q)\,|(A_P \cup A_Q) \cap A_R|\,R,$$

missä '$\equiv$ tarkoittaa, että vastaavat siirtymäsysteemit ovat tilojen nimeämistä vaille samat.

Monisteessa on tämän lauseen todistuksen runko annettu ja käsitely kohta a). Pyritään siis osoittamaan, että jokaista siirtymää toisessa systeemissä vastaa sama siirtymä toisessakin.

Todista kohta b) tarkemmin eli tapaus
$a \notin A_P \cap (A_Q \cup A_R)$, $a \notin A_Q \cap A_R$ ja

$$P\,|A_P \cap (A_Q \cup A_R)|\,(Q\,|A_Q \cap A_R|\,R) \xrightarrow{a} P\,|A_P \cap (A_Q \cup A_R)|\,(Q'\,|A_Q \cap A_R|\,R).$$

Kohdan b) todistus

Tällöin siis $a \in A_Q$ ja $Q \xrightarrow{a} Q'$.

Koska $a \notin A_P \cap (A_Q \cup A_R)$, niin (1) $a \notin A_P \cap A_Q$.
Koska $a \notin A_P \cap (A_Q \cup A_R)$, niin (2) $a \notin A_P \cap A_R$.

Koska $(A_P \cup A_Q) \cap A_R = (A_P \cap A_R) \cup (A_Q \cap A_R)$ ja (1) ja (2) on totta, niin $a \notin (A_P \cup A_Q) \cap A_R)$.

Mutta tässä tapauksessa $(P\,|A_P \cap A_Q|\,Q) \xrightarrow{a} (P\,|A_P \cap A_Q|\,Q')$.

Ja siis

$$(P\,|A_P \cap A_Q|\,Q)\,|(A_P \cup A_Q) \cap A_R|\,R \xrightarrow{a} (P\,|A_P \cap A_Q|\,Q')\,|(A_P \cup A_Q) \cap A_R|\,R$$

Tarkastele todistuksen runkoa kokonaisuudessaan, mikä vaihtoehto on jäänyt käsittelemättä?

$a \notin A_P \cap (A_Q \cup A_R)$, $a \notin A_Q \cap A_R$ ja

$$P\,|A_P \cap (A_Q \cup A_R)|\,(Q\,|A_Q \cap A_R|\,R) \xrightarrow{a} P\,|A_P \cap (A_Q \cup A_R)|\,(Q\,|A_Q \cap A_R|\,R').$$

Toinenkin puute todistuksesta löytyy. Todistuksessa pitää osoittaa, että jokaista siirtymää vastaa sama siirtymä toisessakin siirtymäsysteemissä. Todistuksessa on oikeastaan käyty vain läpi, että jokaista "vasemmanpuoleisen" siirtymäsysteemin $P\,|A_P \cap (A_Q \cup A_R)|\,(Q\,|A_Q \cap A_R|\,R)$ siirtymää vastaa siirtymä "oikeanpuoleissa" $(P\,|A_P \cap A_Q|\,Q)\,|(A_P \cup A_Q) \cap A_R|\,R$ siirtymäsysteemissä. Myös päinvastainen tarkastelu pitäisi tehdä eli että jokaista "oikeanpuoleisen" siirtymäsysteemin $(P|A_P \cap A_Q|\,Q)\,|(A_P \cup A_Q) \cap A_R|\,R$ siirtymää vastaa siirtymä "vasemmanpuoleissa" $P\,|A_P \cap (A_Q \cup A_R)|\,(Q\,|A_Q \cap A_R|\,R)$ siirtymäsysteemissä.

6. Todista, että mielivaltaisella synkronointijoukolla B

$$P\,|B|\,(Q\,|B|\,R) \equiv (P\,|B|\,Q)\,|B|\,R.$$

Todistus

On siis todistettava, että annetut siirtymäsysteemit ovat tilojen nimeämistä vaille samat.

Oletetaan, että $P\,|B|\,(Q\,|B|\,R) \xrightarrow{a} P'\,|B|\,(Q'\,|B|\,R')$.

(a) $a \in B$

Tällöin $P \xrightarrow{a} P'$, $Q\,|B|\,R \xrightarrow{a} Q'\,|B|\,R'$ eli $P \xrightarrow{a} P'$, $Q \xrightarrow{a} Q'$ ja $R \xrightarrow{a} R'$.
Nyt myös $P\,|B|\,Q \xrightarrow{a} P'\,|B|\,Q'$ ja $(P\,|B|\,Q)\,|B|\,R \xrightarrow{a} (P'\,|B|\,Q')\,|B|\,R'$.

(b) $a \notin B$

Tällöin vain yksi relaatio seuraavista on voimassa $P \xrightarrow{a} P'$, $Q \xrightarrow{a} Q'$, $R \xrightarrow{a} R'$.
Oletetaan, että $P \xrightarrow{a} P'$, jolloin $Q = Q'$, $R = R'$. Siis $P|B|(Q|B|R) \xrightarrow{a} P'|B|(Q|B|R)$.
Koska $a \notin B$, myös $P|B|Q \xrightarrow{a} P'|B|Q$. Siten $(P|B|Q)|B|R \xrightarrow{a} (P'|B|Q)|B|R$.
Vastaavasti voidaan osoittaa tapaukset $Q \xrightarrow{a} Q'$, $R \xrightarrow{a} R'$.

Kohdista a) ja b) seuraa siis,että tilan $P_1\,|B|\,(Q_1\,|B|\,R_1)$ siirtymät voidaan tehdä myös tilasta $(P_1\,|B|\,Q_1)\,|B|\,R_1$.

Päinvastainen väite voidaan todistaa samalla tavalla ja täten siirtymäsysteemit ovat isomorfiset.