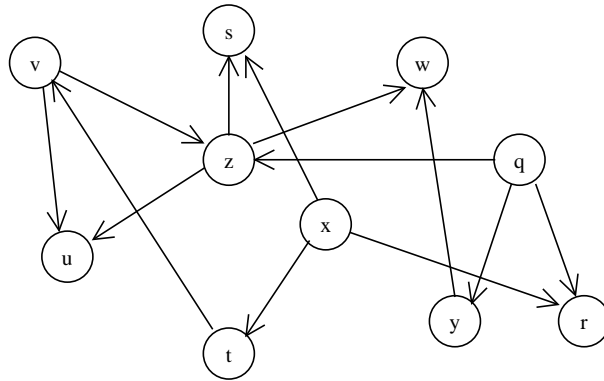


# Tietorakenteet ja algoritmit (syksy 2012)

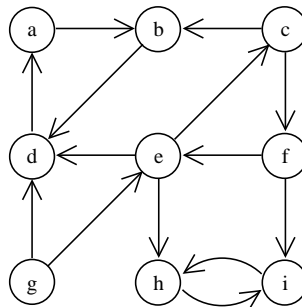
## Harjoitus 10 (23.11.2012)

- Järjestä kuvan verkko topologisesti käyttäen luentomonisteessa esitettyä menetelmää. Oleta, että solmut ovat vieruslistoissa aakkosjärjestyksessä.



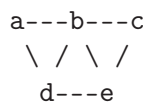
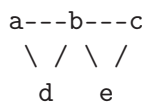
- Muodosta allaolevan verkon vahvasti yhtenäiset komponentit käyttäen luentomonisteessa esitettyä algoritmia. Oleta, että kaaret on talletettu vieruslistoihin aakkosjärjestyksessä.

Mikä on pienin määrä lisättäviä kaaria, jolla alkuperäisestä verkosta saataisiin vahvasti yhtenäinen?



- Tarkastellaan suuntaamatonta yhtenäistä verkkoa, jonka solmut kuvaavat tietokoneita ja kaaret niiden välisiä tietoliikenneyhteyksiä. Verkko on *haavoittuva*, jos siinä on solmu, jonka poistaminen verkosta rikkoo sen yhtenäisyyden. Toisin sanoen verkko on haavoittuva, jos yhden tietokoneen poistaminen verkosta voi estää kahden muun tietokoneen viestinnän.

Esimerkiksi vasemmanpuoleinen on haavoittuva sillä solmun *b* poisto rikkoo yhtenäisyyden. Oikeanpuoleinen verkko taas ei ole haavoittuva.



Esitä algoritmi, joka tarkistaa, onko verkko haavoittuva. Verkko on tallennettu muistiin vieruslistaesityksenä. Määritä lisäksi algoritmisi aikavaativuus.

4. (a) Dijkstran algoritmi olettaa, että verkossa ei ole kaaria, joiden paino on negatiivinen. Anna esimerkki tilanteesta, jossa Dijkstran algoritmi päättyy väärään ratkaisuun, koska kaaren paino on negatiivinen.
  - (b) Ongelman voi yrittää kiertää lisäämällä jokaisen kaaren painoon sopiva vakioluku niin, että kaikki painot ovat positiivisia. Tällöin tuloksena on verkko, johon Dijkstran algoritmi soveltuu. Anna esimerkki, joka demonstroi, että tämä strategia ei kuitenkaan toimi.
5. Tarkastellaan tietoliikenneverkkoa, jossa on  $n$  tietokonetta  $a_1, \dots, a_n$ .

Jos koneiden  $a_i$  ja  $a_j$  välillä on suora tietoliikenneyhteys (kaapeli tms.), yhteyteen liittyy viive  $p(i, j)$ , joka on tunnettu positiivinen reaaliluku. Viive  $p(i, j)$  kertoo, kuinka kauan (määrämittaisen) viestin kulkeminen näiden kahden koneen välillä kestää. Yhteydet eivät ole symmetrisiä, ts. voi olla  $p(i, j) \neq p(j, i)$ .

Lisäksi jokaiseen koneeseen  $a_i$  liittyy oma viipeensä  $q(i)$ , joka kertoo, kuinka kauan koneen  $a_i$  kautta kulkeva viesti joutuu odottamaan koneessa  $a_i$ , ennen kuin pääsee jatkamaan matkaansa.

Tehtävänä on löytää kullekin  $j = 2, \dots, n$  nopein reitti koneesta  $a_1$  koneeseen  $a_j$ . Usean koneen kautta kulkevan viestin vaatima kokonaisaika on summa matkan varrella olevien koneiden ja yhteyksien viipeistä. Reitin aikaan lasketaan mukaan myös lähtö- ( $a_1$ ) ja tulokoneen ( $a_j$ ) viipeet. Esitä tehtävälle tehokas ratkaisualgoritmi. Selitä lyhyesti algoritmisi perusajatus ja analysoi sen aikavaativuutta. Voit tehdä haalumiasi (järkeviä) oletuksia siitä, miten syöte on esitetty.

Esitä varsinainen algoritmisi pseudokoodina suunnilleen samalla tarkkuustasolla, jota kurssilla on käytetty verkkoalgoritmien esittämiseen. Pseudokoodia ei tarvitse esittää mahdollisten aputietorakenteiden (lista, prioriteettijono, tasapainoinen hakupuu jne.) operaatioille, vaan ne voi olettaa tunnetuiksi. Samoin voit olettaa tunnetuiksi näiden operaatioiden aikavaativuudet yms.

6. Määritelmä: Olkoon  $G$  suuntaamaton verkko ja  $V$  sen solmujen joukko. Solmun  $v \in V$  aste on solmuun  $v$  liittyvien kaarien lukumäärä.

Seuraavissa tehtävissä millään verkon solmulla ei ole kaarta itseensä.

- (a) Voitko piirtää verkkoa, jonka solmujen lukumäärä on 7 ja solmujen asteet ovat 1,1,1,2,2,4,4?
- (b) Olkoon  $G$  vähintään kaksisolmuinen suuntaamaton verkko. Osoita: Vähintään kahdella verkon  $G$  pisteellä on sama aste.