

## Tietorakenteet ja algoritmit (syksy 2012)

### Harjoitus 8 (9.11.2012)

- Seuraavissa ongelmissa algoritmin syötteenä on taulukko  $T$ , jossa on joukko kokonaislukuja. Esitä kuhunkin ongelmaan ajassa  $O(n \log n)$  toimiva ratkaisualgoritmi. Riittää esittää algoritmin toimintaidea, ei tarvitse kirjoittaa algoritmi pseudokoodina.
  - Esiintyykö jokin luku taulukossa monta kertaa?
  - Mikä luku esiintyy taulukossa useimmiten?
  - Mikä on pienin ero kahden taulukossa olevan luvun välillä?
- Järjestämme  $n$  lukua sisältävän kokonaislukutaulukon nousevaan järjestykseen lisäysjärjestämällä. Mikä on algoritmin aikavaativuus seuraavissa tapauksissa? Perustele.
  - Taulukossa on  $n$  erisuurta lukua ja ne ovat alun perin nousevassa suuruusjärjestyksessä.
  - Taulukossa on  $n$  erisuurta lukua ja ne ovat alun perin alenevassa suuruusjärjestyksessä.
  - Taulukossa on yksi ja sama luku  $n$  kertaa.
- Mitkä ovat vastaukset jos vaihdamme edellisessä tehtävässä järjestämisalgoritmin kekojärjestämiseksi?
- Mitkä ovat vastaukset jos vaihdamme edellisessä tehtävässä järjestämisalgoritmin lomituserjestykselliseksi?
- Taulukon järjestäminen onnistuu ajassa  $O(n \log n)$ , kun taulukossa on  $n$  alkia. Entä kuinka nopeasti taulukon voi sekoittaa? Anna tehokas algoritmi taulukon sekoittamiseen. Tee algoritmisi ajankäytöstä optimaalinen. Mikä on algoritmisi aikavaativuus ja tilavaativuus? Voit olettaa, että käytössäsi on funktio  $\text{random}(i,j)$ , joka palauttaa satunnaisen kokonaisluvun väliltä  $[i, j]$  vakioajassa. Sekoittaako algoritmisi taulukon niin, että kaikki lukujen järjestykset ovat yhtä todennäköisiä?
- Lue Monty Hallin ongelmasta (Löytyy internetistä, käytä hakukonetta, vaikkapa Bingiä).
  - Mika ja Pauli (M & P) ovat valinneet kurssilta kolme opiskelijaa: Aino Algoritmin (A), Tero Tietorakenteen (T) ja Ossi Opiskelijan (O). M & P järjestivät näille kolmelle opiskelijalle arvonnin, jonka seurauksena yksi opiskelijoista tulee saamaan kurssista arvosanan 5 ja kaksi muuta saavat hylätyn. M & P eivät saa kertoa, kuka saa kurssista arvosanan 5. Ovela opiskelija O tulee kysymään kumpi saa hylätyn, T vai A, sillä hänhän tietää jo, että toinen heistä saa hylätyn, joten M & P eivät paljastaisi mitään uutta! Hetken mietittyään M & P kertovat, että T saa kurssista hylätyn. O ilahtuu tästä tiedosta, sillä hänen todennäköisyytensä arvosanaan 5 on nyt  $1/2$ . Onko O oikeassa, vai onko hänen todennäköisyytensä arvosanaan 5 edelleen  $1/3$ ? Perustele vastauksesi.

**Jatkuu seuraavalla sivulla**

- (c) Mikä on nyt A:n todennäköisyys saada kurssista arvosana 5? Perustele.
- (d) Seuraavaksi A tulee kysymään kuka saa kurssista hylätyn. M & P miettivät hetken ja vastaavat T. Muuttuiko A:n todennäköisyys saada kurssista arvosana 5? Perustele.
- (e) Mieti, liittyykö a-kohta tähän vai oliko sen tarkoitus vain hämätä.