

## Tietorakenteet ja algoritmit (syksy 2012)

### Harjoitus 9 (16.11.2012)

1. Jatketaan edelleen viimekertaisten tehtävien tiellä, mutta pikajärjestämisellä.  
Järjestämme  $n$  lukua sisältävän kokonaislukutaulukon nousevaan järjestykseen pikajärjestämisellä luennolla esitetyn partition-funktion mukaisesti (jakoalkio on ensimmäinen luku). Mikä on algoritmin aikavaativuus seuraavissa tapauksissa? Perustele.
  - (a) Taulukossa on  $n$  erisuurta lukua ja ne ovat alun perin nousevassa suuruusjärjestyksessä.
  - (b) Taulukossa on  $n$  erisuurta lukua ja ne ovat alun perin alenevassa suuruusjärjestyksessä.
  - (c) Taulukossa on yksi ja sama luku  $n$  kertaa.
2. Leveysuuntainen läpikäynti löytää lyhimmän polun kahden solmun välillä, mutta se voi tuhlata muistia, koska tilavaativuus on  $\mathcal{O}(n)$ , jossa  $n$  on verkon solmujen määrä. Esitä algoritmi lyhimmän polun etsimiseen, jonka tilavaativuus on vain  $\mathcal{O}(p)$ , jossa  $p$  on lyhimmän polun pituus.
3. Syötteenä on annettu suunnattu painottamaton verkko  $G = (V, E)$ . Lisäksi sen solmuista on nimetty erityinen lähtösolmu  $s$  ja maalisolmu  $t$ , ja jokaiseen kaareen on liitetty väri *punainen* tai *sininen*. Ongelmana on löytää solmusta  $s$  solmuun  $t$  sellainen polku, että polulla kaikki punaiset kaaret ovat ennen sinisiä; ts. polku koostuu punaisesta alkuosasta ja sinisestä loppuosasta. Jos tällaisia polkuja on useita, niistä pitää valita (kaarten lukumäärällä mitattuna) mahdollisimman lyhyt.  
Kehitä ongelmalle tehokas ratkaisualgoritmi ja analysoi sen aikavaativuutta.  
Hitaampikin algoritmi kelpaa rastiin, mutta ongelmaan löytyy myös ajassa  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  toimiva ratkaisu.
4. Suunnatun verkon  $G = (V, E)$  *transpoosi*  $G^T$  saadaan vaihtamalla kaikkien verkon  $G$  kaarten suunta. Siis  $G^T = (V, E^T)$ , missä  $E^T = \{(v, u) \mid (u, v) \in E\}$ . Esitä ajassa  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  toimiva algoritmi, joka muodostaa verkon  $G$  vieruslistaesityksen perusteella vieruslistaesityksen transpoosille  $G^T$ .
5. Olkoon  $G = (V, E)$  yhtenäinen verkko ja  $u$  verkon solmu. Muodostetaan syvyysuuntainen puu, jonka juuri on  $u$ , ja leveysuuntainen puu, jonka juuri on  $u$ . Todista, että jos nämä puut ovat samat, verkko  $G$  on täsmälleen tämä puu, toisin sanoen,  $G$  ei sisällä muita kaaria, kuin mitä muodostetussa puussa on.

Huomautus: Tämä oli tehtävänä erilliskokeessa 10.11.2009.