

1. (a) Olkoon $f(n) = 0.03n^3 + 20000n^2 + 90000$, osoita että $f = \mathcal{O}(n^3)$
- (b) Olkoon $f(n) = 25n$, osoita että $f = \mathcal{O}(n^2)$ mutta ei $f = \Theta(n^2)$
- (c) Olkoon $f(n) = c_k n^k + c_{k-1} n^{k-1} + \dots + c_1 n + c_0$, missä c_1, \dots, c_k ovat vakioita. Osoita että $f = \mathcal{O}(n^k)$
- (d) Olkoon $f = \mathcal{O}(n^i)$ ja $g = \mathcal{O}(n^j)$. Osoita että $f + g = \mathcal{O}(n^k)$ missä $k = \max(i, j)$.

Mikä on kohtien c ja d "intuitiivinen" merkitys? Minkälaisissa tilanteissa ohjelman aikavaativuusanalyysissä kohtien c ja d tuloksilla on käyttöä? Onko kurssilla ollut tilannetta missä c tai d kohtien tiedosta on ollut hyötyä? Missä?

2. Tarkastellaan seuraavaa koodinpätkää

```

1  x ← 0
2  for i ← 1 to n do
3      for j ← 1 to i do
4          for k ← j to n do
5              x ← x + 1

```

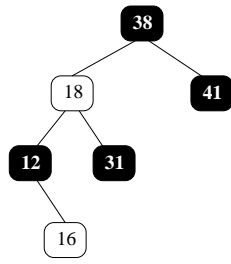
Laske *tarkasti* montako kertaa muuttujaa x kasvatetaan. Mikä on tämän perusteella aikavaativuuden kertaluokka?

Seuraavat kaavat saattavat olla jälleen avuksi: $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$ ja $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

3. Suunnittele linkitetyle listalle operaatio **reverse(L)** joka kääntää parametrina annetun kahteen suuntaan linkitetyn listan L alkiot käänteiseen järjestykseen. Mikä on operaatiosi aika/tila-vaativuus?
4. Suunnittele operaatio **list-merge(L1,L2)**
 - syötteenä kaksi linkitettyä listaa $L1$ ja $L2$
 - listojen sisällä alkiot on talletettu *suuruusjärjestykseen*
 - operaatio yhdistää listat siten että tuloksena olevassa listassa alkiot ovat suuruusjärjestyksessä
 - operaation jälkeen $L1$:stä tulee yhdistetty lista
 - operaation jälkeen lista $L2$ on tyhjä

Mikä on operaatiosi aika/tila-vaativuus?

5. Suunnittele algoritmi joka tarkistaa onko sen syötteenään saama puu punamusta puu. Eli, algoritmin on tarkastettava että binäärihakupuehto on voimassa sekä että kaikki viisi punamustaehtoa (moniste s. 65) ovat voimassa.



- (a) poista kuvan puusta 38
- (b) poista kuvan puusta 18
- (c) lisää kuvan puuhun ensin 43 ja sitten 45
- (d) poista c-kohdan tuloksena olevasta puusta 38
- (e) poista d-kohdan tuloksena olevasta puusta 12

Piirrä tilanne kunkin poiston/lisäyksen jälkeen sekä selvitä mitkä korjausapurutiinin tapaukset kunkin poiston/lisäyksen yhteydessä suoritetaan.