implikaatioista

$$P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \ldots \wedge P_n \Rightarrow Q,$$

joissa kukin P_i ja Q ovat lausemuuttujia.

Niitä kutsutaan *Hornin lauseiksi* keksijänsä Alfred Hornin mukaan.

- Kun $n = 0$ on kyseessä lause $\mathbf{T} \Rightarrow Q$ eli pelkkä fakta Q.
- Kun $Q = \mathbf{F}$ on kyseessä lause $P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \ldots \wedge P_n \Rightarrow \mathbf{F}$ eli kieltolause $\neg P_1 \vee \neg P_2 \vee \neg P_3 \vee \ldots \vee \neg P_n$.
- Kun sekä $n = 0$ että $Q = \mathbf{F}$ on kyseessä lause $\mathbf{T} \Rightarrow \mathbf{F}$ joka on ristiriitainen.

Niillä ilmaistaan usein esiintyviä sääntöjä muotoa "jos tietämyskannassa on (tai siitä on voitu aiemmin päätellä) faktat $P_1, \ldots, P_n$, niin siitä voidaan nyt päätellä myös fakta Q".

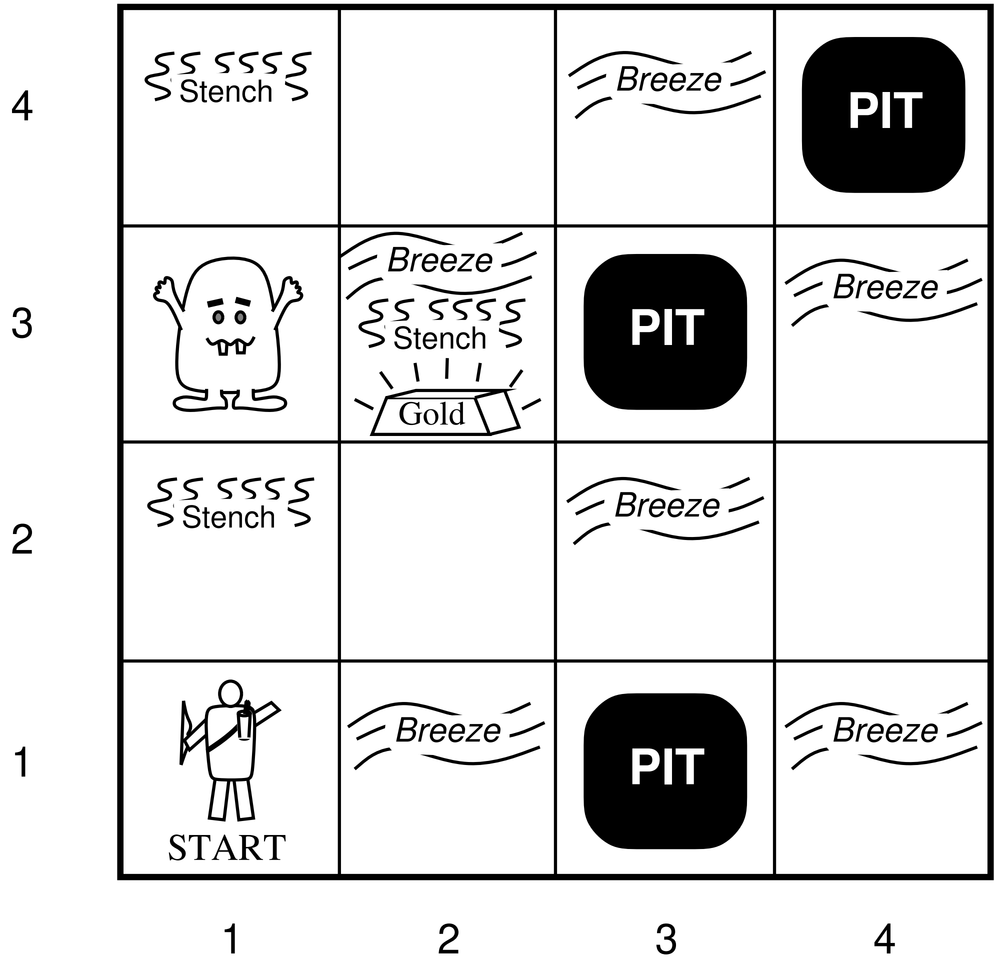
Esimerkiksi taulukon 7 resoluutiosäännön käyttö on helppoa, koska jokaisessa Hornin lauseessa on vain 1 *positiivinen (= ei negatoitu)* lausemuuttuja. Silloin vaihtoehtoja on vähemmän ja etsintä suunnatumpaa.

Usein tietämyskanta KB koostuukin pelkästään Hornin implikaatioista ja faktoista.

Silloin kysymys "seuraako lausemuuttuja R tietämyskannasta KB" voidaan selvittää ristiriitamenetemällä:

- Muodostetaan vastaväite $\neg R$.
  Se on kieltolause.
- Kun sovelletaan kieltolausetta sääntöön tai faktaan resoluutiolla, saadaan tulokseksi uusi kieltolause.
- Näin yritetään saada muodostettua ristiriitainen Hornin lause.

Tarkastellaan esimerkkinä (lause)logiikan käytöstä tietämyksen esittämisessä ja päättelyssä seuraavaa pientä seikkailupeliä:



Kuva 57: Wumpus-maailma [RN95, kuva 6.2].

Liitetään joka ruutuun $q =$ [sarake, rivi] seuraavat lausemuuttujat:

- S_q eli "ruudussa q löyhkää (**S**tench)".
- B_q eli "ruudussa q vetää (**B**reeze)".
- W_q eli "ruudussa q on hirviö **W**umpus".

- P_q eli "ruudussa q on kuoppa (**P**it)".
- O_q eli "ruutu q on turvallinen (**OK**)".

Pelissä pätevät seuraavat yleiset periaatteet, joilla seikkailijan tietämyskanta KB on alustettu:

- Ruudussa löyhkää jos ja vain jos Wumpus on jossakin naapuriruudussa.

  Merkitköön $\mathrm{nri}(q)$ ruudun q kaikkien naapuriruutujen joukkoa (vain pysty- tai vaakasuuntaan, ei vinottain).

  Sovitaan myös, että $q \in \mathrm{nri}(q)$; jos Wumpus löyhkää kaukaa, löyhkää se myös läheltäkin!

  Silloin tämä periaate voidaan esittää seuraavalla kokoelmalla lauselogiikan lauseita:

$$S_q \Leftrightarrow \bigvee_{p \in \mathrm{nri}(q)} W_p \tag{20}$$

  jokaiselle ruudulle q.

- Ruudussa vetää jos ja vain jos jossakin naapuriruudussa on kuoppa:

$$B_q \Leftrightarrow \bigvee_{p \in \mathrm{nri}(q)} P_p \tag{21}$$

  jokaiselle ruudulle q.

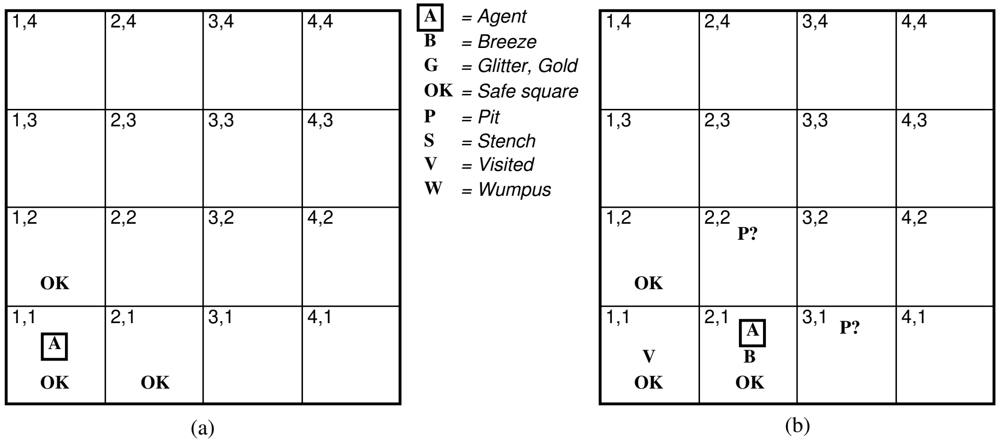
- Wumpuksen tai kuopan ruuduissa kuolee, muualla ei:

$$O_q \Leftrightarrow \neg W_q \wedge \neg P_q. \tag{22}$$

- Tavoitteena on lähteä ruudusta $[1,1]$, etsiä kulta jos mahdollista, ja palata hengissä takaisin lähtöruutuun.

  Lauselogiikka ei vielä pysty *suosittelemaan tekoja*, ainoastaan vastaamaan, onko annettu ruutu turvallinen vai ei.

  Predikaattilogiikka on rikkaampi: siellä pystytään kysymään (ja vastaamaan) "onko olemassa turvallinen vielä vierailematon ruutu?"



Kuva 58: Vaellus wumpus-maailmassa 1 [RN95, kuva 6.3].

Peli alkaa kuvasta 58 (a) ajanhetkellä $t = 0$. Alkuruudussa $q = [1,1]$ havaintolause *percept* on "ei tunnu löyhkää eikä vetoa":

$$\textsc{Make-Percept-Sentence}(\mathit{percept}, 0) = \neg S_{[1,1]} \wedge \neg B_{[1,1]} \tag{23}$$

joka lisätään tietämyskantaan KB. Sitten aletaan päätellä mitä ruutuja nyt tiedetään turvallisiksi.

Lause (20) on muotoa

$$S_{[1,1]} \Leftrightarrow W_{[1,1]} \vee W_{[1,2]} \vee W_{[2,1]}$$

eli ekvivalenssin määritelmän nojalla

$$\begin{gathered}\left(S_{[1,1]} \Rightarrow W_{[1,1]} \vee W_{[1,2]} \vee W_{[2,1]}\right)\\ \wedge\\ \left(W_{[1,1]} \vee W_{[1,2]} \vee W_{[2,1]} \Rightarrow S_{[1,1]}\right)\end{gathered}$$

josta konjunktion poistolla ja implikaation määritelmällä saadaan

$$\neg\left(W_{[1,1]} \vee W_{[1,2]} \vee W_{[2,1]}\right) \vee S_{[1,1]}. \tag{24}$$

Toisaalta konjunktion poisto antaa lauseesta (23) $\neg S_{[1,1]}$, josta resoluutio lauseen (24) kanssa antaa

$$\neg \left(W_{[1,1]} \vee W_{[1,2]} \vee W_{[2,1]}\right) \tag{25}$$

Seuraavat *De Morganin säännöt* voidaan osoittaa tautologioiksi (vaikkapa totuustauluin):

$$\neg(\alpha \overset{\wedge}{\underset{\vee}{}} \beta) \Leftrightarrow (\neg\alpha) \overset{\vee}{\underset{\wedge}{}} (\neg\beta). \tag{26}$$

Näin ollen lauseesta (25) saadaan päätellä (välivaiheet sivuuttaen)

$$\neg W_{[1,1]} \wedge \neg W_{[1,2]} \wedge \neg W_{[2,1]}. \tag{27}$$

Samalla tavalla lauseesta (21) voidaan päätellä

$$\neg P_{[1,1]} \wedge \neg P_{[1,2]} \wedge \neg P_{[2,1]}. \tag{28}$$

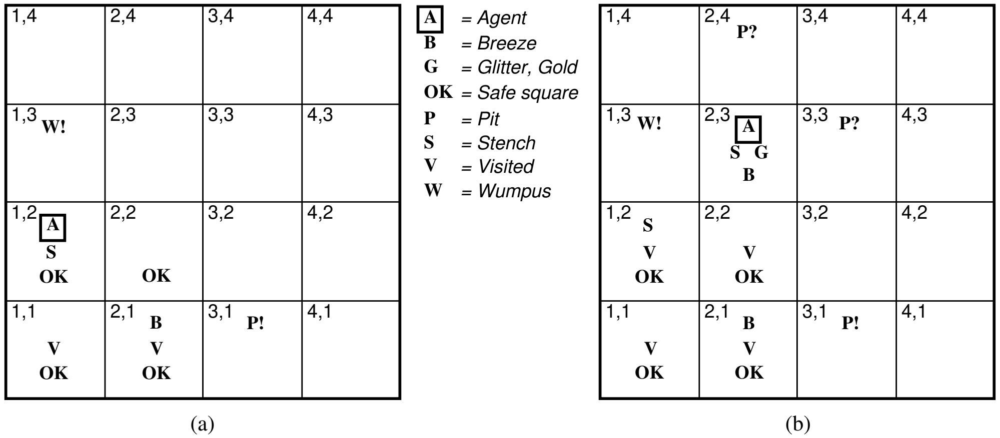
Lauseista (22), (27) ja (28) saadaan lopulta etsityt tulokset $O_{[1,1]}$, $O_{[1,2]}$ ja $O_{[2,1]}$.

Kuvassa 58 (b) on valittu (jollakin tietämyskannan KB ulkopuolisella mekanismilla) seuraavaksi ruuduksi $[2,1]$. Siellä

$$\textsc{Make-Percept-Sentence}(\mathit{percept}, 1) = \neg S_{[2,1]} \wedge B_{[2,1]},$$

josta voidaan päätellä $P_{[2,2]} \vee P_{[3,1]}$ — lause (28) sulkee pois vaihtoehdon $P_{[1,1]}$.

Nyt ei voida päätellä mitään lausemuuttujien $O_{[2,2]}$ ja $O_{[3,1]}$ (epä)totuudesta, joten kuvassa 59 (a) on palattu kokeilemaan ainoaa jäljellä olevaa vielä vierailematonta turvalliseksi pääteltävissä olevaa ruutua $[1,2]$.



Kuva 59: Vaellus wumpus-maailmassa 2 [RN95, kuva 6.4].

Siellä havaintolause on $S_{[1,2]} \wedge \neg B_{[1,2]}$ josta voidaan päätellä seuraavaa:

- $S_{[1,2]}$ antaa $W_{[1,1]} \vee W_{[1,2]} \vee W_{[1,3]} \vee W_{[2,2]}$ lauseesta (20).
- $\neg W_{[1,1]}$ ja $\neg W_{[1,2]}$ on jo aiemmin päätelty lauseesta (27).
- $\neg W_{[2,2]}$ olisi voitu päätellä kuvasta 58 (b).
- Siis jää $W_{[1,3]}$, eli hirviö löytyi.
- Toisaalta $\neg B_{[1,2]}$ antaa $\neg P_{[1,1]} \wedge \neg P_{[1,2]} \wedge \neg P_{[1,3]} \wedge \neg P_{[2,2]}$ lauseesta (21).
- Silloin ainoa mahdollisuus on $P_{[3,1]}$, eli kuoppakin löytyi.

Näin $O_{[2,2]}$ saadaan pääteltyä, ja kuvassa 59 (b) tätä tietoa käytetään menestyksellisesti.

Esimerkki muistuttaa luvun 4.2 rajoiteongelmia:

- Molemmissa paikallisesti hankitulla lisätiedolla eliminoidaan osa vielä tällä hetkellä tuntemattomista mahdollisuuksista.
- Rajoiteongelmissa sallitut eliminointiperiaatteet seuraavat kulloinkin ratkaistavasta ongelmasta, nyt periaatteet ovat yleisiä ja ongelma kuvattu loogisesti.