13 EPÄVARMUUS

- Käytännössä agentilla ei ole koskaan täyttä tietämystä toimintaympäristöstään, vaan se joutuu toimimaan *epävarmuuden* vallitessa.
- Logiikkaan perustuva agentti voi joutua tilanteeseen, jossa se ei saa varmuudella tarvitsemiaan tietoja.
- Jos agentti ei voi todeta jonkin toimintasuunnitelman toteuttavan sen tavoitetta, niin se ei voi toimia.
- Ehdollinen suunnittelu voi helpottaa tilannetta, mutta ei ratkaise sitä.
- Yksinomaan logiikkaan perustuva agentti ei kykene valitsemaan rationaalisia toimintoja epävarmassa toimintaympäristössä.

- Looginen tietämyksen esitys vaatii poikkeuksettomia sääntöjä.
- Usein käytännössä voimme taata vain jonkin *uskomuksen asteen* esitetylle väittämälle.
- Uskomusten käsittelyssä turvaudumme *todennäköisyysteoriaan*.
- Todennäköisyys 0 tarkoittaa varmuutta lauseen epätotuudesta ja 1 varmaa uskoa sen totuuteen.
- Väliin jäävät arvot kertovat uskomme lujuudesta lauseen totuuteen, eivät lauseen totuuden suhteellisuudesta.
- Todennäköisyydellä tässä *subjektivistinen* tai *bayesiläinen* tulkinta. Muita tulkintoja ovat esim. *frekventistinen* ja *objektivistinen* tulkinta.
- Todennäköisyyksillä painotetut hyötyarviot (utility) antavat agentille mahdollisuuden rationaaliseen toimintaan hyödyn odotusarvon maksimoinnin kautta.

TODENNÄKÖISYYSTEORIA

- *Satunnaismuuttuja* (random variable) viittaa maailman osaan, jonka tilannetta ei tunneta ennalta.
- Satunnaismuuttujat vastaavat propositiosymboleita.
- Esim. satunnaismuuttuja *Reikä* voisi viitata siihen onko vasemmassa alaleuan viisaudenhampaassani reikä.
- Satunnaismuuttujan *arvoalue* (domain) voi olla
  - *totuusarvoinen*: merk. *Reikä* $= true$ lyhyemmin *reikä* ja *Reikä* $= false$ lyhyemmin $\neg$*reikä*;
  - *diskreetti*: esim. sm.:n *Säätila* arvoalue voisi olla $\langle$*aurinkoa, sadetta, pilveä, lunta*$\rangle$;
  - *jatkuva*: tällöin tarkastellaan useimmiten kertymäfunktiota, esim. $X \leq 4.02$

- Atomisia propositioita kootaan loogisin konnektiivein monimutkaisemmiksi lauseiksi: *reikä* $\wedge$ $\neg$*hammassärky*
- *Atominen tapahtuma* (atomic event) on kaikkien muuttujien (tässä *reikä* ja *hammassärky*) täydellinen arvoasetus.
- Atomisille tapahtumille pätee, että
  - ne ovat toisensa poissulkevia,
  - niiden joukko on kattava – ainakin yksi niistä on tosi,
  - mikä tahansa atominen tapahtuma määrää kaikkien propositioiden totuuden ja
  - mikä tahansa propositio on loogisesti ekvivalentti kaikkien niiden atomisten tapahtumien disjunktion kanssa, joista sen totuus seuraa.

$$\textit{reikä} \equiv (\textit{reikä} \wedge \textit{hammassärky}) \vee (\textit{reikä} \wedge \neg \textit{hammassärky})$$

- Uskomuksen aste kohdistetaan propositionaalisiin lauseisiin.
- *Prioritodennäköisyys* $P(a)$ antaa proposition a uskomuksen asteen muun tiedon puuttuessa.
- $P($*reikä*$) = 0.1$
- Erityisesti siis prioritodennäköisyys on agentin alkuperäinen uskomus, ennen omia havaintoja.
- Muuttujan X *todennäköisyysjakauma* $\vec{P}(X)$ on sen (järjestetyn) arvoalueen alkioiden todennäköisyyksien vektori.
- Esim. kun $P($*aurinkoa*$) = 0.02$, $P($*sadetta*$) = 0.2$, $P($*pilveä*$) = 0.7$ ja $P($*lunta*$) = 0.08$, niin $\vec{P}($*Säätila*$) = \langle 0.02, 0.2, 0.7, 0.08 \rangle$

- Kahden muuttujan *yhteistodennäköisyysjakauma* (joint probability distribution) on niiden arvoalueiden tulo.
- Esim. $\vec{P}($*Säätila, Reikä*$)$ on 4×2 -taulukko todennäköisyyksiä.
- *Täysi yhteistodennäköisyysjakauma* on kaikkien maailman kuvaamiseen käytettyjen satunnaismuuttujien yhteistodennäköisyysjakauma.
- Jatkuva-arvoisille muuttujille ei voida kirjoittaa jakaumataulukkoa, vaan sen sijaan on tarkasteltava todennäköisyyden tiheysfunktiota.
- Pistetodennäköisyyksien (joiden arvo on 0) sijaan tarkastellaan osavälien todennäköisyyksiä.
- Tarkastelemme enimmäkseen diskreettejä satunnaismuuttujia.

- Kun agentti saa tietoa ympäristön satunnaismuuttujien arvoista, niin prioritodennäköisyyksien sijaan on siirryttävä *ehdollisiin* (posteriori)todennäköisyyksiin.
- $P(a \mid b)$ on proposition a tn., kun kaikki mitä tiedämme on b.
- $P($*reikä* $\mid$ *hammassärky*$) = 0.8$
- $P($*reikä*$) = P($*reikä* $\mid\ )$
- Kun $P(b) > 0$, niin

$$P(a \mid b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)},$$

joka voidaan kirjoittaa myös *tulosääntönä*: $P(a \wedge b) = P(a \mid b)P(b)$.

- Sääntö voidaan toki myös kääntää: $P(a \wedge b) = P(b \mid a)P(a)$.
- $\vec{P}(X \mid Y) \equiv P(X = x_i \mid Y = y_j)\ \forall i, j$

TODENNÄKÖISYYDEN KOLMOGOROV-AKSIOOMAT

- Todennäköisyysteorian aksiomatisointi (1933) kolmen yksinkertaisen aksiooman pohjalta.

1. Minkä tahansa proposition a tn. on välillä 0 ja 1:

$$0 \leq P(a) \leq 1$$

2. Loogisesti toden (validin) proposition tn. on 1 ja loogisesti epätoden (ristiriitaisen) proposition tn. on 0:

$$P(true) = 1 \qquad P(false) = 0$$

3. Disjunktion todennäköisyys on

$$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$$

- Aksioomien perusteella voimme päätellä mm. seuraavaa:

$$\begin{aligned} P(a \vee \neg a) &= P(a) + P(\neg a) - P(a \wedge \neg a) \\ P(true) &= P(a) + P(\neg a) - P(false) \\ 1 &= P(a) + P(\neg a) \\ P(\neg a) &= 1 - P(a) \end{aligned}$$

- Kolmannen rivin sääntö yleistyy diskreetille muuttujalle D, jonka arvoalue on $\langle d_1, \ldots, d_n \rangle$:

$$\sum_{i=1}^{n} P(D = d_i) = 1$$

- Jatkuva-arvoisella muuttujalla X summa on korvattava integraalilla:

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(X = x)\, \mathrm{d}x = 1$$

- Yksittäisen muuttujan todennäköisyysjakauman on siis summauduttava 1:een.
- Samoin kaikkien yhteistodennäköisyysjakaumien.
- Propositio a on ekvivalentti kaikkien niiden atomitapahtumien disjunktion kanssa, joiden looginen seuraus se on.
- Merk. näiden atomitapahtumien joukkoa $\mathbf{e}(a)$.
- Aksiooman 3 perusteella

$$P(a) = \sum_{e_i \in \mathbf{e}(a)} P(e_i)$$

- Jos täysi yhteistodennäköisyysjakauma on tunnettu, niin voimme tämän perusteella laskea minkä tahansa proposition todennäköisyyden.

PÄÄTTELY TÄYDESTÄ YHTEISJAKAUMASTA

	särky		*¬särky*	
	osuma	*¬osuma*	*osuma*	*¬osuma*
reikä	0.108	0.012	0.072	0.008
¬reikä	0.016	0.064	0.144	0.576

- Voimme laskea esim. lauseen *reikä* $\vee$ *hammassärky* tn.:n $0.108 + 0.012 + 0.072 + 0.008 + 0.016 + 0.064 = 0.28$.
- Muuttujan (tai muuttujajoukon) arvon *marginaalitodennäköisyys* saadaan laskemalla vastaavien rivien tai sarakkeiden summat.
- Esim. $P(\textit{reikä}) = 0.108 + 0.012 + 0.072 + 0.008 = 0.2$.
- Yleisesti mille tahansa muuttujajoukoille $\vec{Y}$ ja $\vec{Z}$ pätee marginalisointisääntö

$$\vec{P}(\vec{Y}) = \sum_{\vec{z}} \vec{P}(\vec{Y}, \vec{z}) \qquad \text{(tai } \vec{P}(\vec{Y}) = \sum_{\vec{z}} \vec{P}(\vec{Y}|\vec{z})\vec{P}(\vec{z})\text{)}$$

- Ehdollisen todennäköisyyden laskeminen:

$$\begin{aligned} P(\textit{reikä} \mid \textit{särky}) &= \frac{P(\textit{reikä} \wedge \textit{särky})}{P(\textit{särky})} \\ &= \frac{0.108 + 0.012}{0.108 + 0.012 + 0.016 + 0.064} = 0.6 \end{aligned}$$

- Vastaavasti $P(\neg\textit{reikä} \mid \textit{särky}) = \frac{0.016+0.064}{0.2} = \frac{0.08}{0.2} = 0.4$
- $1/P(\textit{särky}) = 0.2$ on normalisointitekijä, joka varmistaa, että jakauma $\vec{P}(\textit{Reikä} \mid \textit{särky})$ summautuu 1:een.
- Merkitään normalisointivakiota α:lla

$$\begin{aligned} \vec{P}(\textit{Reikä} \mid \textit{särky}) &= \alpha \vec{P}(\textit{Reikä}, \textit{särky}) \\ &= \alpha[\vec{P}(\textit{Reikä}, \textit{särky}, \textit{osuma}) + \vec{P}(\textit{Reikä}, \textit{särky}, \neg\textit{osuma})] \\ &= \alpha[\langle 0.108, 0.016\rangle + \langle 0.012, 0.064\rangle] = \alpha\langle 0.12, 0.08\rangle = \langle 0.6, 0.4\rangle \end{aligned}$$

- Yleisemmin: meidän tulee selvittää kyselymuuttujan X jakauma, kun todistemuuttujien $\vec{E}$ havaitut arvot ovat $\vec{e}$ ja loput havaitsemattomat muuttujat ovat $\vec{Y}$.
- Kyselyn $\vec{P}(X \mid \vec{e})$ evaluointi:

$$\vec{P}(X \mid \vec{e}) = \alpha \vec{P}(X, \vec{e}) = \alpha \sum_{\vec{y}} \vec{P}(X, \vec{e}, \vec{y}), \qquad (*)$$

missä $\vec{y}$:t käyvät yli havaitsemattomien muuttujien kaikkien mahdollisten arvokombinaatioiden.

- $\vec{P}(X, \vec{e}, \vec{y})$ on osajoukko kaikkien muuttujien $X, \vec{E}$ ja $\vec{Y}$ yhteistodennäköisyysjakaumasta.
- Taulukon koko on $O(2^n)$ ja sen läpikäymisen aikavaativuus on $O(2^n)$, joten yleisesti ottaen menetelmä ei ole käyttökelpoinen.
- Lisäksi koko jakauman määrittäminen vaikeaa.

MUUTTUJIEN RIIPPUMATTOMUUS

- Jos esimerkkiin lisätään muuttuja *Säätila*, jolla on neljä mahdollista arvoa, kasvaa yhteisjakauman taulukko nelinkertaiseksi ($8 \times 4 = 32$ alkiota).
- Koska hammasongelmat eivät vaikuta säätilaan, pätee:

$$P(\textit{Sää=pilveä} \mid \textit{särky,osuma,reikä}) = P(\textit{Sää=pilveä})$$

- Tulosäännön ja yo. havainnon perusteella

$$\begin{aligned} &P(\textit{särky,osuma,reikä,Sää=pilveä}) = \\ &P(\textit{Sää=pilveä})P(\textit{särky,osuma,reikä}) \end{aligned}$$

- Sama pätee myös muille muuttujan *Säätila* arvoille, joten

$$\begin{aligned} &\vec{P}(\textit{Särky,Osuma,Reikä,Säätila}) = \\ &\vec{P}(\textit{Säätila})\vec{P}(\textit{Särky,Osuma,Reikä}) \end{aligned}$$

- Siis 32-alkioinen yhteisjakaumataulukko saadaankin konstruoitua 8- ja 4-alkioisten taulukoiden perusteella.
- Propositiot a ja b ovat *riippumattomia* jos $P(a \mid b) = P(a)$ tai $P(b \mid a) = P(b)$ tai $P(a \wedge b) = P(a)P(b)$. (Ehdot ovat keskenään ekvivalentteja.)
- Vastaavasti muuttujat X ja Y ovat toisistaan riippumattomia jos
  $\vec{P}(X \mid Y) = \vec{P}(X)$ tai
  $\vec{P}(Y \mid X) = \vec{P}(Y)$ tai
  $\vec{P}(X, Y) = \vec{P}(X)\vec{P}(Y)$.
- Riippumattomuus helpottaa huomattavasti yhteisjakauman määrittämistä. Esimerkiksi jos $C_1, \ldots, C_n$ ovat riippumattomia kolikonheittoja, niin
  $\vec{P}(C_1, \ldots, C_n)$:n sijaan tarkasteltava n:n $\vec{P}(C_i)$:n tuloa.

BAYESIN SÄÄNTÖ

- Tulosäännön perusteella $P(a \wedge b) = P(a \mid b)P(b)$ ja konjunktion kommutatiivisuuden perusteella $P(a \wedge b) = P(b \mid a)P(a)$
- Merkitsemällä oikeat puolet yhtäsuuriksi ja jakamalla $P(a)$:lla saadaan *Bayesin sääntö*:

$$P(b \mid a) = \frac{P(a \mid b)P(b)}{P(a)}$$

- Yleisemmässä muodossa, muuttujille X ja Y ja taustatietämykselle $\vec{e}$

$$\vec{P}(Y \mid X, \vec{e}) = \frac{\vec{P}(X \mid Y, \vec{e})\vec{P}(Y \mid \vec{e})}{\vec{P}(X \mid \vec{e})}$$

- Normalisointia käyttäen sääntö voidaan kirjoittaa muotoon

$$\vec{P}(Y \mid X) = \alpha \vec{P}(X \mid Y)\vec{P}(Y)$$

Esimerkki:

- Puolella aivokalvontulehduspotilaista on jäykkä niska.
- Aivokalvontulehdusta esiintyy 1/50 000 tapauksessa.
- Jäykkää niskaa valittaa joka 20:s potilas.
- Mikä on todennäköisyys, että jäykkää niskaansa valittavalla potilaalla on aivokalvontulehdus?

$$\begin{aligned} P(j \mid a) &= 0.5 \\ P(a) &= 1/50000 \\ P(j) &= 1/20 \\ P(a \mid j) &= \frac{P(j \mid a)P(a)}{P(j)} = \frac{1/2 \times 1/50000}{1/20} \\ &= \frac{20}{2 \times 50000} = 0.0002 \end{aligned}$$

- Bayesin sääntö on kaikkien modernien probabilististen päättelyjärjestelmien pohjana.
- Sinänsä yksinkertainen sääntö ei pintapuolisesti katsoen näyttäisi antavan paljon päättelymahdollisuuksia, mutta kuten edellinen esimerkki osoittaa kyse on mahdollisuudesta soveltaa olemassaolevaa tietoa.
- Usein tämä olemassaoleva tieto on *kausaalista* tietoa ja kyselyissä halutaan vastaukseksi *diagnostista* tietoa.
- Nimittäjässä olevan ehdon todennäköisyyden laskemisesta voidaan päästä laskemalla kyselymuuttujan posterioritodennäköisyys kaikilla sen mahdollisilla arvoilla.
- Esim. $\vec{P}(A \mid j) = \alpha\langle P(j \mid a)P(a), P(j \mid \neg a)P(\neg a)\rangle$.
- Nyt siis $P(j)$:n arvioinnin sijaan voidaan käyttää $P(j \mid \neg a)$:ta, jonka arviointi voi joskus olla helpompaa. (Joskus se ei ole.)

- Entä jos probabilistinen kysely on ehdollistettu useammalle kuin yhdelle havainnolle

$$\vec{P}(\textit{Reikä} \mid \textit{särky} \wedge \textit{osuma})?$$

- Jos täysi yhteisjakauma tunnetaan, niin saadaan helposti

$$\vec{P}(\textit{Reikä} \mid \textit{särky} \wedge \textit{osuma}) = \alpha\langle 0.108, 0.016\rangle \approx \langle 0.871, 0.129\rangle$$

  mutta täyteen yhteisjakaumaan perustuva menetelmä on liian raskas jos muuttujia on useita.
- Bayesin säännöllä kysely saataisiin muotoon

$$\alpha\vec{P}(\textit{särky} \wedge \textit{osuma} \mid \textit{Reikä})\vec{P}(\textit{Reikä})$$

  mutta säännön soveltaminenkaan ei yleisesti ottaen lievennä eksponentiaalista vaativuutta.

- Tarvittaisiin muuttujien riippumattomuutta, mutta havaintoja *särky* ja *osuma* vastaavat muuttujat ovat selvästi yhteydessä toisiinsa.
- Molempien muuttujien suora vaikuttaja on reikä hampaassa, mutta ilman muuttujaa *Reikä* ne ovat *ehdollisesti riippumattomia* (conditionally independent): *Särky* ja *Osuma* eivät ole suoraan toisistaan riippuvia.
- Ehdollinen riippumattomuus:

$$\begin{aligned} &\vec{P}(\textit{särky} \wedge \textit{osuma} \mid \textit{Reikä}) \\ &= \vec{P}(\textit{särky} \mid \textit{Reikä})\vec{P}(\textit{osuma} \mid \textit{Reikä}) \end{aligned}$$

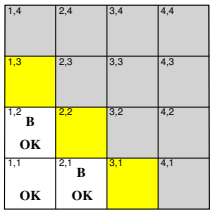
- Yhdessä Bayesin säännön kanssa saamme lopulta

$$\begin{aligned} &\vec{P}(\textit{Reikä} \mid \textit{särky} \wedge \textit{osuma}) = \alpha\vec{P}(\textit{Reikä}) \\ &\vec{P}(\textit{särky} \mid \textit{Reikä})\vec{P}(\textit{osuma} \mid \textit{Reikä}) \end{aligned}$$

- Nyt siis tarvitsee enää käsitellä kolmea erillistä jakaumaa.
- Muuttujien X ja Y ehdollinen riippumattomuus annettuna Z on tarkkaan ottaen $\vec{P}(X, Y \mid Z) = \vec{P}(X \mid Z)\vec{P}(Y \mid Z)$
- Ekvivalentisti $\vec{P}(X \mid Y, Z) = \vec{P}(X \mid Z)$ tai $\vec{P}(Y \mid X, Z) = \vec{P}(Y \mid Z)$.
- Jos kaikki havaintomuuttujat ovat ehdollisesti riippumattomia annettuna kyselymuuttuja, niin tietämyksenesityksen eksponentiaalinen kasvuvauhti putoaa lineaariseksi.
- Tämän seikan hyödyntäminen on ollut merkittävä kehitysaskel viimeaikaisessa tekoälyssä.

ESIMERKKI: MÖRKÖMAAILMA

- Palataan vielä kerran mörkömaailmaan. Seuraavassa tilanteessa mikään suunta ei ole varmuudella turvallinen, joten looginen agentti joutuisi etenemään satunnaisesti:



- $P_{i,j} = true$ joss ruudussa $[i, j]$ on kuoppa.
- $B_{i,j} = true$ joss ruudussa $[i, j]$ on viimaa. Tarkastellaan mallissa vain muuttujia $B_{1,1}, B_{1,2}, B_{2,1}$, jotka tunnetaan.

- Konstruoidaan sitten todennäköisyysmalli. Täysi yhteistodennäköisyysjakauma on $\vec{P}(P_{1,1}, \ldots, P_{4,4}, B_{1,1}, B_{1,2}, B_{2,1})$
- Saadaan tulosäännöllä muotoon: $\vec{P}(B_{1,1}, B_{1,2}, B_{2,1} \mid P_{1,1}, \ldots, P_{4,4})\vec{P}(P_{1,1}, \ldots, P_{4,4})$
- Ensimmäinen tekijä: arvo 1 jos kuoppa on viereisessä ruudussa, 0 muuten.
- Toinen tekijä saadaan mörkömaailman säännöistä: kussakin ruudussa on kuoppa todennäköisyydellä 0,2 muista ruuduista riippumatta, joten saadaan:

$$\vec{P}(P_{1,1}, \ldots, P_{4,4}) = \prod_{i,j=1,1}^{4,4} \vec{P}(P_{i,j}) = 0.2^n \times 0.8^{16-n}$$

  kun kuoppien lukumäärä on n.

- Seuraavat tiedetään:

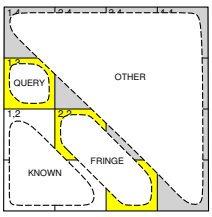
  $b = \neg b_{1,1} \wedge b_{1,2} \wedge b_{2,1}$

  $known = \neg p_{1,1} \wedge \neg p_{1,2} \wedge \neg p_{2,1}$
- Olkoon kysely nyt $\vec{P}(P_{1,3}|known, b)$
- Määritellään $Unknown$ = kaikki muut arvot P_{ij} paitsi $P_{1,3}$ ja $Known$
- Kyselyn evaluointi tapahtuu kaavan $(*)$ perusteella jolloin saadaan:

$$\vec{P}(P_{1,3}|known, b) = \alpha \sum_{unknown} \vec{P}(P_{1,3}, unknown, known, b)$$

- Summa kasvaa eksponentiaalisesti ruutujen lukumäärän suhteen! (Tässä $2^{12} = 4096$ termiä.)

Huomataan kuitenkin että havainnot viimasta ovat ehdollisesti riippumattomia muiden tuntemattomien ruutujen arvoista kun viereisten ruutujen arvot on annettu.

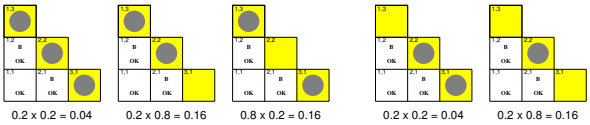


Määritellään $Unknown = Fringe \cup Other$

$\vec{P}(b|P_{1,3}, Known, Unknown) = \vec{P}(b|P_{1,3}, Known, Fringe)$

Muunnetaan kysely sellaiseen muotoon, että tätä voidaan hyödyntää.

$$\begin{aligned}
\vec{P}(P_{1,3}|known, b) &= \alpha \sum_{unknown} \vec{P}(P_{1,3}, unknown, known, b) \\
&= \alpha \sum_{unknown} \vec{P}(b|P_{1,3}, known, unknown)\vec{P}(P_{1,3}, known, unknown) \\
&= \alpha \sum_{fringe}\sum_{other} \vec{P}(b|known, P_{1,3}, fringe, other)\vec{P}(P_{1,3}, known, fringe, other) \\
&= \alpha \sum_{fringe}\sum_{other} \vec{P}(b|known, P_{1,3}, fringe)\vec{P}(P_{1,3}, known, fringe, other) \\
&= \alpha \sum_{fringe} \vec{P}(b|known, P_{1,3}, fringe) \sum_{other} \vec{P}(P_{1,3}, known, fringe, other) \\
&= \alpha \sum_{fringe} \vec{P}(b|known, P_{1,3}, fringe) \sum_{other} \vec{P}(P_{1,3})P(known)P(fringe)P(other) \\
&= \alpha\, P(known)\vec{P}(P_{1,3}) \sum_{fringe} \vec{P}(b|known, P_{1,3}, fringe)P(fringe) \sum_{other} P(other) \\
&= \alpha'\, \vec{P}(P_{1,3}) \sum_{fringe} \vec{P}(b|known, P_{1,3}, fringe)P(fringe)
\end{aligned}$$



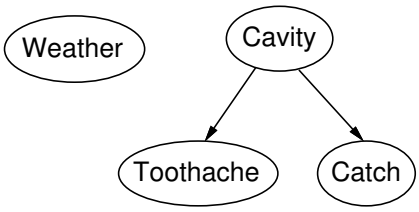
$$\begin{aligned}
\vec{P}(P_{1,3}|known, b) &= \alpha' \langle 0.2(0.04 + 0.16 + 0.16),\ 0.8(0.04 + 0.16)\rangle \\
&\approx \langle 0.31, 0.69\rangle
\end{aligned}$$

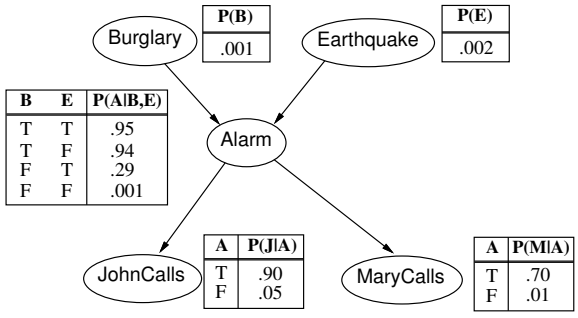
vastaavasti saadaan

$$\vec{P}(P_{2,2}|known, b) \approx \langle 0.86, 0.14\rangle$$

TEHOKKAAT PROBABILISTISET MENETELMÄT

- Tehokkaat menetelmät probabilistisen informaation esittämiseksi ja siihen liittyvän päättelyn tekemiseksi perustuvat *Bayes-verkkoihin* (Bayesian networks), jotka ovat suunnattuja syklittömiä verkkoja, joiden solmut vastaavat satunnaismuuttujia ja linkit kuvaavat muuttujien välisiä vaikutussuhteita.
- Verkkojen avulla voidaan esittää tiiviisti sovellusalueen muuttujien ehdollisia riippuvuuksia. Verkko määrittelee täyden yhteistodennäköisyysjakauman mutta esitys on yleensä huomattavasti pienempi kuin taulukkomuodossa.
- Päättely on pahimmassa tapauksessa NP-kovaa, mutta on myös tehokkaita approksimointimenetelmiä.





VAIHTOEHTOISET MENETELMÄT

- Epävarmuuden hallintaan on kehitetty myös useita todennäköisyyslaskennasta poikkeavia menetelmiä.
- Kvalitatiivinen päättely
- Sääntöpohjaiset järjestelmät
- Dempster–Shafer-teoria
- Sumea logiikka (fuzzy logic)