

- Probabilistisen päättelyn varsinainen etu on siinä, että se mahdollistaa *päätöksenteon* epävarman tietämyksen pohjalta, siis esim. osittain havaittavassa tai stokastisessa ympäristössä.
- Pelkkä todennäköisyysteoria ei kuitenkaan vielä riitä, vaan tarvitaan *utiliteettiteoriaa*, joka tarkastelee vaihtoehtoisten seurausten keskinäistä paremmuutta:

$$\text{päättösteoria} = \text{todennäköisyysteoria} + \text{utiliteettiteoria}$$

- Agentin *preferenssit* määräävät mahdollisten tilojen hyvyyden agentin kannalta ja *utiliteettifunktio* $U(S)$ mittaa preferenssien vahvuutta.
- Ennen toiminnon suorittamista sen mahdollisille tuloksille arvioidaan todennäköisyydet $P(\text{Result}_i(A)|\text{Do}(A), E)$, missä E tarkoittaa agentin havaintoja.

luku14.tex – 58066-7 Tehtävyt (4 ov / 8 qk) – Rauli Hakola – 8/12/2005 – 14:10 – p.1/11

PÄÄTÖSTEOREETTINEN AGENTTI

```
function DT-AGENT( percept) returns an action
static: belief_state, probabilistic beliefs about the
        current state of the world
        action, the agent's action

Update belief_state based on action and percept
calculate outcome probabilities for actions,
    given action descriptions and current belief_state
select action with highest expected utility
    given probabilities of outcomes and utility information
return action
```

luku14.tex – 58066-7 Tehtävyt (4 ov / 8 qk) – Rauli Hakola – 8/12/2005 – 14:10 – p.3/11

VAATIMUKSIA PREFERENSSEILLE

täydellisyys (tai järjestettävyyys):

$$(A \succ B) \vee (B \succ A) \vee (A \sim B)$$

transitiivisuus:

$$(A \succ B) \wedge (B \succ C) \Rightarrow (A \succ C)$$

jatkuvuus:

$$A \succ B \succ C \Rightarrow \exists p[p, A; 1-p, C] \sim B$$

korvattavuus:

$$A \sim B \Rightarrow [p, A; 1-p, C] \sim [p, B; 1-p, C]$$

monotonisuus:

$$A \succ B \Rightarrow (p \geq q \Leftrightarrow [p, A; 1-p, B] \succeq [q, A; 1-q, B])$$

hajotettavuus:

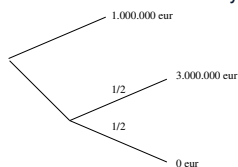
$$[p, A; 1-p, [q, B; 1-q, C]] \sim [p, A; (1-p)q, B; (1-p)(1-q), C]$$

luku14.tex – 58066-7 Tehtävyt (4 ov / 8 qk) – Rauli Hakola – 8/12/2005 – 14:10 – p.5/11

UTILITEETTI JA RAHA

Utiliteettiteoria sai alkunsa taloustieteestä, joten on luontevaa kysyä millainen on utiliteetin suhde rahaan kun tarkastellaan ihmisagentteja.

- Yleensä suuremman rahamäärän utiliteetti on suurempi kuin pienemmän $\rightarrow$ monotonisuus.
- Kumpi seuraavista vaihtoehdoista on parempi?
 1. 1.000.000 € varmasti
 2. 3.000.000 € todennäköisyydellä $\frac{1}{2}$ ja 0 € tn:llä $\frac{1}{2}$



Onko agentti epärationaalinen jos se valitsee 1:n?

luku14.tex – 58066-7 Tehtävyt (4 ov / 8 qk) – Rauli Hakola – 8/12/2005 – 14:10 – p.7/11

- Päätösteorian mukaan rationaalinen agentti tarkastelee kunkin teon A *utiliteetin odotusarvoa*

$$EU(A|E) = \sum_i P(\text{Result}_i(A)|\text{Do}(A), E)U(\text{Result}_i(A))$$

ja valitsee sen teon A , jolle $EU(A|E)$ on suurin.

- Saadaan tarkennettu määritelmä rationaaliselle agentille: *Rationaalinen agentti on sellainen, joka maksimoi utiliteetin odotusarvoa.*
- Jos utiliteettifunktio heijastaa käytettyä suoritusmittaa, niin periaatteen mukaan toimiva agentti saavuttaa parhaan mahdollisen tuloksen kun tarkastellaan keskiarvoista menestymistä kaikissa mahdollisissa toimintaympäristöissä.

luku14.tex – 58066-7 Tehtävyt (4 ov / 8 qk) – Rauli Hakola – 8/12/2005 – 14:10 – p.2/11

UTILITEETTITEORIAA

- Notatiota:
 - $A \succ B$ agentti pitää A :ta parempana kuin B :tä
 - $A \sim B$ agentti pitää A :ta ja B :tä yhtä hyvinä
 - $A \succeq B$ agentti pitää A :ta parempana tai yhtä hyvänä kuin B :tä
- Deterministisessä ympäristössä A ja B ovat maailman tiloja. Yleisemmin ne voidaan määritellä *arvontoina* (lotteries). Arvontaa L , jonka mahdolliset lopputulemat ovat $C_1, \dots, C_n$, merkitään seuraavasti:

$$L = [p_1, C_1; p_2, C_2, \dots, p_n, C_n].$$

Lopputulemat voivat olla maailman tiloja tai arvontoja.

luku14.tex – 58066-7 Tehtävyt (4 ov / 8 qk) – Rauli Hakola – 8/12/2005 – 14:10 – p.4/11

UTILITEETTIPERIAATTEET

Edellisistä aksioomista voidaan johtaa seuraavat utiliteettiperiaatteet.

1. Utiliteettiperiaate:

Jos agentin preferenssit toteuttavat edelliset aksioomat, voidaan osoittaa että agentille on olemassa reaali-lukuarvoinen *utiliteettifunktio* U s.e.

$$U(A) > U(B) \text{ joss } A \succ B$$

$$U(A) = U(B) \text{ joss } A \sim B.$$

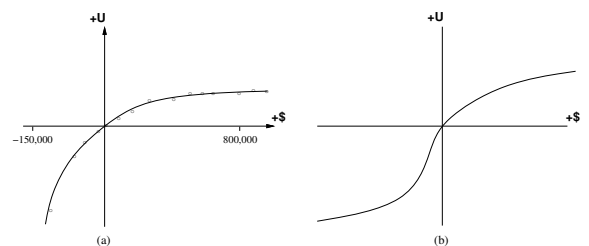
2. Utiliteetin odotusarvon maksimointiperiaate:

Arvonnan $[p_1, S_1; \dots; p_n, S_n]$ utiliteetti on

$$U([p_1, S_1; \dots; p_n, S_n]) = \sum_i p_i U(S_i).$$

luku14.tex – 58066-7 Tehtävyt (4 ov / 8 qk) – Rauli Hakola – 8/12/2005 – 14:10 – p.6/11

Ei välttämättä: Rahan utiliteetti kasvaa yleensä logaritmisesti. "Ensimmäisen miljoonan" utiliteetti on yleensä suurin, vastaavasti myös menetysten suhteellinen merkitys pienenee niiden kasvaessa $\Rightarrow$ S:n muotoiset utiliteettikäyrät



(AIMA, Fig. 16.2)

luku14.tex – 58066-7 Tehtävyt (4 ov / 8 qk) – Rauli Hakola – 8/12/2005 – 14:10 – p.8/11

- Käyrien konkaavilla osalla pätee epäyhtälö:

$$U(L) < U(S_{EMV(L)}),$$

missä L on arvonta ja $S_{EMV(L)}$ tarkoittaa arvonnan rahallisen arvon odotusarvon suuruisia rahasummaa.

- Agentit, joille epäyhtälö pätee ovat *riskiä välttäviä* (risk-averse), kun taas agentit, joille pätee käänteinen epäyhtälö (kuten tässä käyrän konveksilla osuudella), ovat *riskiä etsiviä* (risk-seeking). Jos käyrä on lineaarinen, agentti on neutraali riskin suhteen (risk-neutral).
- Esimerkiksi sähköisessä kaupankäynnissä keinoitekoisten agenttien utiliteettifunktiot tulisi määrittellä käyttäjän utiliteettifunktioiden perusteella. Neuvottelutilanteissa on tärkeää pystyä arvioimaan vastapuolen utiliteettifunktiota.

- Utiliteettiteorian aksioomat eivät määrää agentin utiliteettifunktiota *yksikäsitteisesti*, vaan voimme tarvittaessa tehdä lineaarisen muunnoksen $U'(S) = k_1 + k_2 U(S)$ (missä k_1 on vakio ja k_2 on positiivinen vakio) vaikuttamatta agentin käyttäytymiseen.
- Deterministisissä ympäristöissä mikä tahansa monotoninen muunnos (esim. neliöjuuren ottaminen) on mahdollinen. Tällaisessa ympäristössä agentin utiliteettifunktioksi kelpaa siis *arvofunktio* eli *ordinaalinen utiliteettifunktio*, joka ainoastaan asettaa tilat preferenssin mukaiseen järjestykseen.
- Normalisoiduiksi* utiliteeteiksi kutsutaan utiliteetteja, jotka on skaalattu välille $[0, 1]$, missä utiliteetti 1 tarkoittaa "parasta mahdollista palkintoa" ja utiliteetti 0 tarkoittaa "pahinta mahdollista katastrofia" (mitä ne sitten tarkoittavatkaan).

UTILITEETTIIEN MÄÄRITTÄMISEN ONGELMIA

- Utiliteettiin vaikuttavat monet eri attribuutit eikä ole aina selvää kuinka ne voitaisiin yhdistää yhdeksi reaali-lukuarvoiseksi funktioksi ($\Rightarrow$ multiattribute utility theory)
- Jos agentit ovat ihmisiä, voi kysyä onko se edes periaatteessa mahdollista. Ohjelmistoagenteilla utiliteetit voivat olla helpommin määriteltävissä.
- Entä jos pitäisikin tarkastella tekojonon eikä vain yksittäisen teon valintaa, rajoittamatonta epädeterministisyyttä, utiliteettifunktion oppimista, muiden agenttien vaikutusta ...
- Vaikka rationaalisen agentin määritelmä utiliteetin odotusarvon maksimoijaksi hyväksyttäisiin, tämä ei vielä ole valmis ratkaisu tekoälyn ongelmiin, sillä sekä todennäköisyyksien että utiliteettien määrittäminen on vaikeaa ja niiden laskeminen on raskasta.
- Entä jos kaikki nämä tekniset vaikeudet onnistuttaisiin ratkaisemaan, olisiko tekoälyn ongelma ratkaistu?