Luento 6: Sosiaalinen valinta ja mekanismien suunnittelu

Raul Hakli

Protokollan suunnittelu

Nyt omaksumme järjestelmän suunnittelijan näkökulman.
Tavoitteenamme on varmistaa että agenttien toiminnan yhteisvaikutus on halutunlainen. Tarkastellaan kahdenlaisia tilanteita:

1. Sosiaalisen valinnan ongelmat: Agenteilla on omat preferenssinsä, mutta ne ilmoittavat ne vilpittömästi ja tavoitteena on saada kaikkia mahdollisimman hyvin tyydyttävä ratkaisu. Löydettävä sopiva mekanismi preferenssien aggregoimiseksi ja ryhmäpäätöksen muodostamiseksi.
2. Mekanisminsuunnitteluongelmat: Agenteilla on omat preferenssinsä, mutta ne eivät välttämättä ilmoita niitä vilpittömästi vaan toimivat strategisesti jotta saisivat itseä parhaiten tyydyttävän ratkaisun. Löydettävä sopiva mekanismi jolla saadaan kaikkien (tai suunnittelijan) preferenssejä parhaiten tyydyttävä ratkaisu.

Protokollien arviointiperusteita

- Pareto-tehokkuus (yhdenkään agentin utiliteettia ei voi nostaa laskematta jonkun muun utiliteettia)
- Sosiaalinen hyvinvointi (eri agenttien utiliteettien summa lopputulemassa, edellyttää että utiliteetit ovat vertailukelpoisia)
- yksilörationaalisuus (osallistumisen utiliteetin tulisi olla vähintään yhtä hyvä kuin osallistumatta jättämisen)
- stabiilius (protokollan tulisi motivoida agentteja toimimaan halutulla tavalla ts. haluttu lopputulos tulisi olla saavutettavissa tasapainostrategioilla)
- laskennallinen tehokkuus
- hajautettu päätöksenteko, kommunikointitarpeen minimointi

Sosiaalisen valinnan teoria

- Päätöksentekomekanismin valitseminen voi olla joko järjestelmän suunnittelijan tai ryhmän itsensä tehtävä.
- Tavallisin sosiaalisen valinnan teoriassa tarkasteltu tilanne on äänestäminen (voting), jossa useasta agentista koostuvan ryhmän on tehtävä päätös vaihtoehtoisten ratkaisujen välillä.
- Useita vaihtoehtoisia tapoja äänestää, tulokset ovat erilaisia ja joskus ongelmallisia.
- Esim. Äänestysparadoksi (Condorcet): vaikka yksilöpreferenssit olisivat järkeviä, niin kollektiivisista preferensseistä voi tulla syklisiä:
  - Agentti 1: $A \succ B \succ C$
  - Agentti 2: $B \succ C \succ A$
  - Agentti 3: $C \succ A \succ B$.

  Valittiinpa voittajaksi mikä vaihtoehto tahansa, on olemassa toinen vaihtoehto, joka olisi enemmistön mielestä parempi.

Äänestystapoja (1)

Ei-positionaaliset äänestystavat (non-ranking voting, non-positional voting, unweighed voting), joissa äänestäjät eivät aseta vaihtoehtoja paremmuusjärjestykseen

- Pluraliteettiäänestys (plurality voting): voittaja on se joka saa eniten ääniä. Voi tuottaa tasapelin. Voittaja x (tai yksikään useasta voittajasta) ei välttämättä täytä *Condorcet-ehtoa*: kaikille muille vaihtoehdoille y pätee että vähintään puolet äänestäjistä pitää x:ää parempana kuin y:tä.
- Enemmistöäänestys (majority voting): voittaja on se, joka saa yli 50% äänistä. Täyttää Condorcet-ehdon, mutta ei välttämättä anna voittajaa. Äänestys voidaan myös tehdä usealla kierroksella.
- Hyväksymisäänestys (approval voting): äänestäjät antavat äänen jokaiselle hyväksyttävälle ehdokkaalle. Eniten ääniä saanut voittaa. Tasapelin sattuessa ainakin yksi voittajista on Condorcet-joukossa.

Esimerkki pluraliteettiäänestyksestä

Oletetaan seuraavat preferenssit:

	Will	Liam	Vic
1	a	b	c
2	b	c	b
3	c	a	a

Jos jokainen äänestää preferoimaansa vaihtoehtoa, pluraliteettimenetelmä tuottaa tasatilanteen, mutta Condorcet-ehto hylkää sekä a:n ja c:n joten b voittaa.
Tosin jos preferenssit olisivat olleet toisenlaiset, yksikään vaihtoehto ei läpäise Condorcet-ehtoa:

	Will	Liam	Vic
1	a	b	c
2	b	c	a
3	c	a	b

Äänestystapoja (2)

Toinen vaihtoehto on käyttää *positionaalisia äänestystapoja* (positional voting, ranking voting), joista tunnetuin on *Borda-äänestys* (Borda voting):

- Jokainen äänestäjä antaa täydellisen paremmuusjärjestyksen vaihtoehdoille.
- n:lle vaihtoehdolle annetaan pisteet kunkin äänestäjän järjestyksen perusteella siten että paras saa $n-1$ pistettä, toiseksi paras $n-2$ jne.
- Yhteensä eniten pisteitä saanut voittaa.
- Ei täytä Condorcet-ehtoa.

Sosiaalisen valinnan teoriaa

Määritelmä 1 Oletetaan agenttien joukko $N = \{1, \ldots, n\}$ ja lopputulemien joukko O. Olkoon L täydellisten aitojen järjestysten joukko O:ssa. (Joskus järjestys $l \in L$ määritellään utiliteettifunktion $u : O \rightarrow \mathbb{R}$ avulla s.e. $o_1 \succ o_2$ joss $u(o_1) > u(o_2)$.) *Sosiaalinen valintafunktio* (N:lle ja O:lle) on funktio $C : L^n \rightarrow O$.

Sosiaalinen valintasääntö (choice rule, choice correspondence) $W : L^n \rightarrow 2^O$ eroaa sosiaalisesta valintafunktiosta s.e. sen arvona on lopputulemien joukko eikä vain yksi lopputulema.

Määritelmä 2 Olkoon N, O, L kuten edellä. *Sosiaalinen hyvinvointifunktio* (N:lle ja O:lle) on funktio $W : L^n \rightarrow L^-$, missä L^- on joukon O täydellisten järjestysten (total preorder, heikko järjestys) joukko.

Müller-Satterthwaite-teoreema

Määritelmä 3 Olkoon N, O, L kuten edellä.

- Sosiaalinen valintafunktio C on *yksimielinen* (unanimous), jos mille tahansa preferenssiprofiilille $l = (l_1, \ldots, l_n)$ pätee, että jos tulema o on jokaisen l_i:n ensimmäinen valinta, niin $C(l) = o$.
- C on *monotoninen*, jos mille tahansa $o \in O$ ja preferenssiprofiilille $l = (l_1, \ldots, l_n)$ pätee että kun $C(l) = o$ ja l muunnetaan l':ksi siirtämällä o:ta jossakin l_i:ssä preferenssijärjestyksessä ylöspäin, niin $C(l') = o$.
- C on *diktatorinen* (dictatorial), jos on olemassa agentti j (diktaattori), siten että C valitsee aina j:n preferenssijärjestyksessä ensimmäisen vaihtoehdon.

Lause 0.1 (Müller-Satterthwaite 1977) *Mikä tahansa sosiaalinen valintafunktio, joka toteuttaa yksimielisyyden ja monotonisuuden, on diktatorinen.*

Arrow'n teoreema

Määritelmä 4 Olkoon N, O, L kuten edellä.

- Sosiaalinen hyvinvointifunktio W on *Pareto-tehokas* (Pareto-efficient), jos mille tahansa preferenssiprofiilille $l = (l_1, \ldots, l_n)$ pätee että jos jokaisessa l_i:ssä $o_1 \succ o_2$, niin myös $W(l)$:n mukaan $o_1 \succ o_2$.
- W on *riippumaton irrelevanteista vaihtoehdoista* (independent of irrelevant alternatives), jos mille tahansa tulemille o_1 ja o_2 ja preferenssiprofiileille $l = (l_1, \ldots, l_n)$ ja $l' = (l'_1, \ldots, l'_n)$ pätee että jos jokaisen agentin preferenssi o_1:n ja o_2:n välillä pysyy samana l:ssä ja l':ssa, niin myös o_1:n ja o_2:n välinen sosiaalisen preferenssi pysyy samana $W(l)$:ssä ja $W(l')$:ssa.
- W on *diktatorinen*, jos jos on olemassa agentti j, siten että W:n tuottama preferenssijärjestys on aina sama kuin j:n preferenssijärjestys.

Lause 0.2 (Arrow, 1963) *Mikä tahansa sosiaalinen hyvinvointifunktio, joka on Pareto-tehokas ja riippumaton irrelevanteista vaihtoehdoista, on diktatorinen.*

Diskursiivinen dilemma (1)

Yksi esimerkki ongelmallisesta ryhmäpäätöstilanteesta on Pettitin esittämä *diskursiivinen dilemma*: Ryhmän on tehtävä ratkaisu jossa johtopäätöksen totuus riippuu premissien totuudesta. Esimerkiksi juryn on ratkaistava syytetyn syyllisyys sopimusrikkomuskysymksessä, jossa syytetty voidaan todeta syylliseksi (LIABLE) jos ja vain jos molemmat seuraavista ehdoista täyttyvät:

1. sopimus on ollut lainmukainen (CONTRACT)
2. sopimusta on rikottu (BREACH)

Voimassa on riippuvuus CONTRACT $\wedge$ BREACH $\equiv$ LIABLE.

Diskursiivinen dilemma (2)

Oletetaan kolme juryn jäsentä: A, B ja C ja heidän kantansa seuraavan matriisin mukaisesti:

	CONTRACT	BREACH	LIABLE
A	yes	no	
B	no	yes	
C	yes	yes	

Kuinka äänestys tulisi tehdä?

Diskursiivinen dilemma (3)

Kaksi tapaa äänestää: äänestys kustakin premissistä (premise-driven) tai äänestys johtopäätöksestä (conclusion-driven). Lopputulokset ovat erilaiset.

	CONTRACT	BREACH	LIABLE
A	yes	no	no
B	no	yes	no
C	yes	yes	yes
	yes	yes	???

Mekanismien suunnittelu

Kun agentit toimivat omien intressiensä perusteella, ei voi olettaa että ne antavat toisille todenmukaista informaatiota, pitävät kiinni sitoumuksistaan muille tai tekevät yhteistyötä muiden kanssa. Päinvastoin ne voivat jopa pyrkiä vahingoittamaan toisiaan tai järjestelmää mikäli sen uskotaan palvelevan omaa etua.
Järjestelmän suunnittelijalla on kaksi vaihtoehtoa:

1. Järjestelmän manipulointi on mahdotonta.
2. Järjestelmän manipulointi on hyödytöntä.

Edellisen takaaminen on vaikeaa, joten usein pyritään jälkimmäiseen $\rightarrow$ *mekanismien suunnittelu* (mechanism design) l. *implementaatioteoria* (implementation theory).

Esimerkki: huutokauppa

- Agentit ovat ostajia huutokaupassa.
- Agentit eivät paljasta toisilleen sitä kuinka suuri kohteen arvo on heille itselleen.
- Mekanismin lopputulos määrittää kuka agenteista saa kohteen ja millä hinnalla
- Huutokaupan tavoitteena on että kohteen saa sitä eniten arvostava agentti. Sosiaalinen valintafunktio on sellainen joka kertoo kenelle kohde annettaisiin ja millä hinnalla, jos agenttien arvostukset tunnettaisiin.
- Onko olemassa mekanismia eli huutokaupan toteutusta, joka toteuttaa tämän valintafunktion suljetulla huutokaupalla.

Esimerkki: lastenvahti

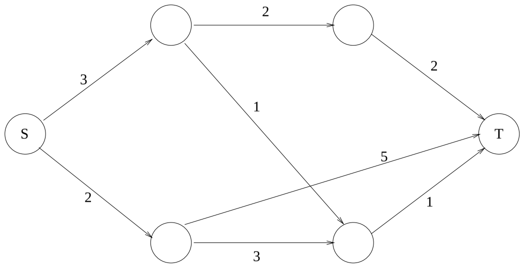
Oletetaan tilanne, jossa lasten preferenssit ovat seuraavanlaiset (vaihtoehdot ovat a: pelihalli, b: pesäpallo, c: autoajelu):

	Will	Liam	Vic	Ray
1	b	b	a	c
2	a	a	c	a
3	c	c	b	b

- Äänestys, jossa eniten ääniä saanut voittaa ja tasatilanteessa aakkosjärjestys ratkaisuee.
- Muut lapset kertovat vilpittömästi omat preferenssinsä ja äänestävät niiden mukaan, mutta Ray laskelmoi ja äänestääkin a:ta varmistaakseen ettei hänen mielestään huonoin vaihtoehto voita.

Esimerkki: lyhin reitti

Haluamme lähettää paketin halvinta reittiä S:stä T:hen. Kutakin linkkiä hoitaa agentti jonka todellinen kustannus on vain sen itsensä tiedossa. Tiedämme kuitenkin että agentit haluavat maksimoida omaa utiliteettiaan.



Mekanisminsuunnitteluongelma (1)

- Otamme pelin tai järjestelmän suunnittelijan roolin ja pyrimme rakentamaan järjestelmän sellaiseksi, että agentit päätyvät sosiaalisen valintafunktion tuloksiin.
- Olkoon O lopputulemien joukko. Agenteilla on preferenssit O:n lopputulemien välillä, mutta me emme tiedä niitä etukäteen.
- Meidän tavoitteenamme on että agentit valitsevat sellaiset toiminnot jotka johtavat johonkin haluttuun lopputulemaan $o* \in O$.
- Agenttien omat preferenssit (tai utiliteettifunktiot) ovat niiden yksityistä informaatiotaan joka ei ole muiden agenttien tai mekanismin suunnittelijan tiedossa.

Mekanismin määritelmä

Määritelmä 5 *Mekanismi* (agenttijoukolle N ja lopputulemien joukolle O) on pari (A, M), missä

- $A = A_1 \times \ldots \times A_n$, missä A_i on agentin i mahdollisten toimintojen joukko.
- $M : A \rightarrow \Pi(O)$ kuvaa kunkin toimintaprofiilin lopputulemien jakaumalle.

- Mekanismi on *deterministinen* joss jokaiselle $a \in A$ on olemassa $o \in O$ s.e. $M(a)(o) = 1$. Tällöin merkitään $M(a) = o$.
- Yhdessä utiliteettifunktioiden vektorin $u = u_1, \ldots, u_n$ kanssa (missä $u_i : O \rightarrow \mathbb{R}$) mekanismi määrittelee normaalimuotoisen pelin (N, A, O, M, u).

Implementoinnin määritelmä

Määritelmä 6 Mekanismi (A, M) (agenttijoukolle N ja lopputulemien joukolle O) *toteuttaa* (tai *implementoi*) *dominanttistrategioilla* sosiaalisen valintafunktion C, jos jokaiselle utiliteettifunktioiden vektorille u, pelillä (N, A, O, M, u) on olemassa dominanttistrategioiden tasapainotila ja jokaiselle sellaiselle tasapainotilassa a^* pätee $M(a^*) = C(u)$.

Määritelmä voidaan esittää vastaavasti muiden ratkaisukäsitteiden avulla → esim. Nash-implementointi.

Esimerkki

Palataan aiempaan lastenvahtiesimerkkiin.

- Saamme mekanismin parista "jokainen lapsi äänestää yhtä vaihtoehtoa" ja "eniten ääniä saanut vaihtoehto valitaan".
- Olkoon sosiaalinen valintafunktio seuraava: "valitaan se vaihtoehto, joka on mahdollisimman monen lapsen parhaana pitämä vaihtoehto (ja jos niitä on useita niin aakkosissa ensimmäinen)".
- Ehdotettu mekanismi ei toteuta valintafunktiota dominanttistrategioilla, koska esimerkiksi em. preferensseillä ei ole olemassa sopivaa tasapainotilaa: Raylla ei ole dominanttistrategiaa (jos muut äänestävät vilpittömästi, a:n äänestäminen on Raylle parempi vaihtoehto kuin oman suosikin b:n äänestäminen, joka taas on yleensä paras vaihtoehto).
- Joskus joudutaankin käyttämään heikompaa ratkaisukäsitettä kuin dominanssia. (Tässä tapauksessa vaaditaan Bayes-Nash.)

Paljastusperiaate

- *Suora mekanismi* (direct mechanism) on sellainen, jossa agenteilla ei ole muita toimintavaihtoehtoja kuin preferenssifunktion (tai utiliteettifunktion) ilmoittaminen, siis $A_i = U_i$.
- Agentit voivat ilmoittaa minkä tahansa funktion $\hat{u}_i$, joka voi poiketa todellisesta utiliteetista u_i. Suora mekanismi on *totuudellinen* (truthful, incentive compatible, strategy-proof) jos jokaisella preferenssifunktiolla dominanttistrategia on todellisen preferenssifunktion ilmoittaminen.

Lause 0.3 (Paljastusperiaate (revelation principle)) *Jos on olemassa mekanismi joka toteuttaa dominanttistrategioilla sosiaalisen valintafunktion C, niin on olemassa suora totuudellinen mekanismi, joka toteuttaa C:n dominanttistrategioilla.*

Siis mikä tahansa ratkaisu mekanisminsuunnitteluongelmaan voidaan muuntaa sellaiseksi, jossa agentit paljastavat todelliset preferenssinsä.

Gibbard-Satterthwaite-teoreema

Paljastusperiaatteen ansiosta voimme nyt rajoittua mekanismien tarkastelussa sosiaalisiin valintafunktioihin. Voimme kysyä, mitkä niistä ovat totuudellisia:

Lause 0.4 (Gibbard, 1973; Satterthwaite, 1975) *Olkoon C sosiaalinen valintafunktio N:lle ja O:lle. Jos*

1. $|O| \geq 3$,
2. *C on surjektio ts. jokaiselle $o \in O$ on olemassa preferenssivektori l s.e. $C(l) = o$ ja*
3. *C on totuudellinen,*

niin C on diktatorinen.

Totuudellisen, ei-diktatorisen mekanismin laatiminen edellyttää siis jostakin Gibbard-Satterthwaite-teoreeman ehdosta luopumista. Luovutaan surjektiivisuudesta:

Kvasilineaarisuus

Määritelmä 7 Sosiaalinen valintafunktio C (N:lle ja O:lle) on *kvasilineaarinen hyvinvointia maksimoiva* (quasi-linear welfare maximizing, QLWM), jos sillä on seuraava rakenne:

- $O = X \times \mathbb{R}^n$, missä X on epätyhjä joukko.
- Agenttien preferenssejä rajoitetaan seuraavasti: Jokaisen agentin utiliteettifunktiolle $u_i : O \rightarrow \mathbb{R}$ on olemassa funktio $v_i : X \rightarrow \mathbb{R}$ s.e. $u_i(x, p_1, \ldots p_n) = v_i(x) + p_i$. (Merkitään nyt $v_i(x, p_1, \ldots, p_n) = v_i(x)$.)
- $C(u) = \arg\max_{o \in O} \sum_{i \in N} u_i(o)$.

Tässä siis lopputulemiin liitetään kullekin agentille i annettava *maksu* (payment) p_i joka toimii agentille kannustimena. Maksut voivat olla negatiivisia tai positiivisia. Kukin agentti siis yrittää maksimoida omaa utiliteettiaan, jonka suuruus riippuu tuleman utiliteetista ja tulemaan liitetystä maksusta.

Vickrey-Clarke-Groves-mekanismi

Määritelmä 8 *VCG-mekanismi* on suora mekanismi M s.e. $M(\hat{v}) = (x, p_1, \ldots, p_n)$, missä

- $x = \arg\max_{x \in X} \sum_{i \in N} \hat{v}_i(x)$ ja
- $p_i = \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(x) - \max_{o \in O_{-i}} \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(o)$.

VCG on siis suora mekanismi, jossa agentit voivat ilmoittaa minkä tahansa arvofunktion $\hat{v}$ (ja siis kvasilineaarisen utiliteettifunktion $\hat{u}$). Mekanismi optimoi valinnan olettaen että agentit ilmoittivat todellisen utiliteettifunktionsa ja laskuttaa kultakin agentilta i agentin "sosiaalisen kustannuksen" eli muiden agenttien ilmoittamien utiliteetifunktioiden mukaisen sosiaalisen hyvinvoinnin ja sellaisen hypoteettisen tilanteen, jossa agenttia i ei olisi olemassa, hyvinvoinnin välisen erotuksen.

Lause 0.5 *VCG toteuttaa dominanttistrategioilla kvasilineaariset hyvinvointia maksimoivat valintafunktiot.*

VCG-mekanismi (2)

Siis VCG-mekanismissa agenttien dominoiva strategia on ilmoittaa todellinen utiliteettifunktionsa. Tämä seuraa suoraan määritelmistä: määritelmän mukaan VCG valitsee x:n joka maksimoi seuraavaa:

$$\sum_{i \in N} \hat{v}_i(x) = \hat{v}_i(x) + \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(x),$$

missä $\hat{v}_i$ on agentin i ilmoittama utiliteettifunktio. Agentin i todellinen utiliteettifunktio on

$$v_i(x) + \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(x) - \max_{o \in O_{-i}} \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(o).$$

Agentti ei voi kontrolloida viimeistä termiä ja voi vaikuttaa ainoastaan summaan $v_i(x) + \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(x)$, joka on kuitenkin identtinen mekanismin maksimoiman summan kanssa lukuunottamatta sitä että $\hat{v}_i(x)$ on korvattu $v_i(x)$:llä. Siispä agentti voi ainoastaan hävitä jos $\hat{v}_i \neq v_i$.

Huutokaupat

- yksipuoliset (one sided)
  - yksiulotteiset
    - avoimet huudot (open outcry)
      englantilainen, hollantilainen, japanilainen
    - suljetut tarjoukset (sealed bid)
      1st price, 2nd price, etc.
  - moniulotteiset
    - multi-attribute
    - multi-good
      combinatorial, composite
- kaksipuoliset (two sided, double auction)
  - continuous double auction (CDA)
  - periodic double auction (call market)

Lähteitä

- Martin Osborne & Ariel Rubinstein: *A Course in Game Theory*, MIT Press, 1994, luku 10.
- Y. Shohamilta tulossa oleva kirja "Introduction to Multi-Agent Systems".
- T. Sandholm: Distributed Rational Decision Making. Teoksessa G. Weiss (toim.): *Multiagent Systems: A Modern Introduction to Distributed Artificial Intelligence*, MIT Press, 1999.