

Oppimistavoitematriisi

Johdatus yliopistomatematiikkaan

© Jokke Häsä, Helsingin yliopisto

Esitiedot	Arvosanaan 1–2 riittävät taidot	Arvosanaan 3–4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Joukko-oppi	Osaan lukea ja käyttää itse joukkomerkintää, jossa joukon alkiot on ilmaistu ehdon avulla Osaan muodostaa annettujen joukkojen yhdisteen, leikkauksen ja erotuksen sekä joukon komplementin Osaan muodostaa kahden joukon karteesisen tulon Osaan tarkistaa, onko joukko toisen joukon osajoukko, kun joukkojen alkiot on lueteltu	Osaan kuvailla eron alkion ja osajoukon välillä Osaan muodostaa annetun pienen joukon kaikki osajoukot Tiedän, mitä tarkoittaa, että tyhjä joukko on jokaisen joukon osajoukko Osaan rakentaa sisältyvyys- eli osajoukotodistuksen Osaan rakentaa todistuksen, jossa kaksi joukkoa osoitetaan samaksi Osaan havainnollistaa joukkojen välisiä suhteita Vennin kaavioiden ja karteesisen koordinaatiston avulla	Osaan perustella, miksi tyhjä joukko on jokaisen joukon osajoukko Ymmärrän sisältyvyystodistuksen alkuletuksen merkityksen ja osaa hahmotella sisältyvyystodistuksen rakenteen monimutkaisissakin tilanteissa, jotka sisältävät karteesisia tuloja tai kuvausten kuvia ja alkukuvia Tunnen osituksen käsitteen ja osaan tarkistaa, muodostavatko annetut joukot osituksen
Symbolinen logiikka	Tunnen loogisten konnektiivien merkitykset ja osaa muodostaa niiden totuustaulut	Osaan tarkistaa propositiolauseiden loogisen ekvivalenssin totuustaulun avulla	Osaan soveltaa symbolista logiikkaa ja totuustauluja rakentaessani todistuksia ja pohtiessani niiden paikkansapitävyyttä

Esitiedot	Arvosanaan 1–2 riittävät taidot	Arvosanaan 3–4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
	Osaan muuntaa symbolisen logiikan lauseita suomen kielelle ja ilmaista suomen kielen lauseita symbolisen logiikan avulla	Osaan siirtää negaatiosymbolia lauseessa niin, ettei lauseen merkitys muutu, esim. $\neg\forall x(x \in A \rightarrow x \in B)$ muuntuu muotoon $\exists x(x \in A \wedge x \notin B)$ Osaan selittää esimerkin avulla, millä tavoin lauseen merkitys muuttuu, kun kvanttorien järjestystä vaihdetaan Osaan muotoilla tärkeimpien todistustekniikoiden (esim. induktio, kontraposio, ym.) perusrakenteen symbolisen logiikan avulla	tai virheellisyyttä
Todistustekniikat	Käytän konkreettista vastaesimerkkiä väitteen osoittamiseen epätodeksi En erehdy implikaation suunnasta lukiessani väitteitä tai todistuksia Erotan toisistaan implikaatio- ja ekvivalenssimuotoiset väitteet Tunnen induktiotodistuksen osat Osaan muodostaa vastaoletuksen	Löydän implikaatiotodistusta rakentaessani oikean oletuksen ja johtopäätöksen Osaan ekvivalenssitodistusta rakentaessani muodostaa molemmat suunnat Otan induktio-oletusta muotoillessani tarkasti huomioon, mitä alkioita oletus koskee Osaan todistaa induktiolla epäyhtälöitä Osaan laatia yksinkertaisen kontrapositiotodistuksen ja ristiriitatodistuksen	Osaan hahmotella sellaisen todistuksen rakenteen, jossa on monia sisäkkäisiä implikaatioita Osaan soveltaa induktion periaatetta erilaisiin tilanteisiin, joissa on esim. vahvennettava induktio-oletusta tai tehtävä monta alkuaskelta Osaan muotoilla sanallisen induktiotodistuksen tilanteessa, jossa todistettava asia ei ole ilmaistu kaavana Osaan sujuvasti valita ja käyttää epäsuoria menetelmiä monimutkaisen todistuksen eri vaiheissa

	Esitiedot	Arvosanaan 1–2 riittävät taidot	Arvosanaan 3–4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Kuvaukset	Tunnen avoimen ja suljetun reaalilukuvälin merkintätavat	Käytän oikein nimityksiä kuvaus, funktio, kuva-alkio, lähtöjoukko ja maalijoukko	Tiedän, mitä ehtoja kuvauksen on toteutettava ja osaan antaa esimerkin säännöstä, joka ei määrittele kuvausta	Osaan käsitellä kuvauksia, joiden lähtö- tai maalijoukko on jokin eksoottisempi joukko, kuten karteesinen tulo tai potenssijoukko
	Tunnen merkin $f(x)$ ja osaan sijoittaa arvoja funktioon	Osaan löytää äärellisen joukon tai reaalilukuvälin kuvan tai alkukuvan kuvauksen lausekkeen tai kuvaajan perusteella	Osaan perustella täsmällisesti, onko jokin joukko annetun joukon kuva tai alkukuva	Osaan laatia todistuksen sille, että jokin sääntö, kuten $a/b \mapsto a^2/b^2$, määrittelee kuvauksen
	Tiedän, miten funktion kuvaaja piirretään ja miten kuvaajasta voi lukea funktion arvoja	Tunnistan kuvaajan tai kaavion perusteella, onko kuvaus injektio tai surjektio	Osaan perustella täsmällisesti, että jokin kuvaus joko on tai ei ole injektio tai surjektio	Osaan käyttää injektion ja surjektion määritelmiä todistuksissa esimerkiksi kuviin tai alkukuviin liittyviä seikkoja osoittaessa
		Tiedän, mitä tarkoitetaan kuvauksen käänteiskuvauksella	Tunnen käänteiskuvauksen määritelmän ja osaan soveltaa sitä todistaakseni kaksi annettua kuvausta toistensa käänteiskuvauksiksi	Ymmärrän, miksi käänteiskuvauksen määritelmässä on kaksi suuntaa, ja osaan antaa esimerkin kuvauksista, joilla vain toinen suunnista toteutuu
Kompleksiluvut		Tiedän, mikä yhteys kuvauksen bijektiivisyydellä on käänteiskuvauksen olemassaoloon	Osaan etsiä käänteiskuvauksen lausekkeen, jos käänteiskuvaus on olemassa, tai perustella, miksei käänteiskuvausta ole	
		Havainnollistan tarvittaessa kuvauksia ja niiden ominaisuuksia kuvaajien ja erilaisten kaavioiden avulla		
Kompleksiluvut		Osaan laskea kompleksiluvun vastaluvun ja kahden kompleksiluvun summan, erotuksen ja tulon	Osaan laskea kompleksiluvun käänteisluvun ja kahden kompleksiluvun osamäärän	Osaan ratkaista tyyppiä $z^n = 1$ olevan binomiyhtälön ja tiedän ratkaisemattakin, miten sen ratkaisut sijaitsevat kompleksitasossa
		Osaan laskea kompleksiluvun liittoluvun ja tiedän, mitä tar-	Osaan laskea kompleksiluvun itseisarvon ja tiedän, mitä tarkoittaa kompleksiluvun vaihekulma	Ymmärrän kompleksilukujen kertolaskun ja potenssiin korotuksen geometrisen

Esitiedot	Arvosanaan 1–2 riittävät taidot	Arvosanaan 3–4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
	koittavat kompleksiluvun reaali- ja imaginaariosa Osaan havainnollistaa kompleksilukuja ja niiden ominaisuuksia koordinaatistossa	Osaan muodostaa kompleksiluvun napa- ja eksponenttiesityksen sekä käyttää näitä laskutoimituksissa Osaan ratkaista toisen asteen reaali-ker- toimisen polynomiyhtälön ja tiedän ratkaisemattakin, miten sen ratkaisut sijaitsevat kompleksitasossa	merkityksen ja sen yhteyden napa- tai eksponenttiesitykseen
Tietojenkäsittelytieteen matematiikka	Tunnen geometrisen lukujonon määritelmän ja tiedän, mitä tarkoitetaan jonon suhdeluvulla Tiedän, mikä on geometrinen sarja Tunnen logaritmin määritelmän, joka perustuu potenssiin- korotukseen Osaan hahmotella eksponentti- ja logaritmifunktion kuvaajia Tunnen binomikertoimen määritelmän osajoukkojen lukumääränä Tiedän, mikä on luvun kertoma	Osaan laskea geometrisen sarjan osasumman Tiedän, millä ehdolla geometrisella sarjalla on äärellinen summa, ja osaan laskea tuon summan Tunnen logaritmin käsittelyyn liittyvät tärkeimmät laskusäännöt Osaan ratkaista logaritmin avulla yhtälöitä, joissa tuntematon on eksponentissa, esim. $2^x = 3$ Osaan perustella binomikertoimen laskukaavan $n!/(k!(n-k)!)$ Osaan soveltaa binomikerrointa yksinkertaisiin kombinatorisiin ongelmiin	Osaan selvittää sovellustilanteessa, voiko siinä soveltaa geometrista lukujonoa tai sarjaa Tiedän, mitä tarkoitetaan sillä, että logaritmi kasvaa erittäin hitaasti Osaan luetella sovelluksia, joissa esiintyy logaritmi Tunnen binomikertoimen yhteyden binomin potenssin lausekkeeseen $(a+b)^n$
Matematiikan lukeminen ja kirjoittaminen	Käytän vastauksissani kurssin merkintöjä ja menetelmiä	Kirjoitan vastauksiini kokonais- ja ymmärrettäviä lauseita, joista ulkopuolinen lukijakin saa selvän	Kirjoitan ratkaisuja, jotka sisältävät vain olennaisen, ja käytän matemaattisia symboleita vain tarvittaessa

Esitiedot	Arvosanaan 1–2 riittävät taidot	Arvosanaan 3–4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
	Tunnen eron määritelmän, lauseen ja esimerkin välillä Ymmärrän, että matematiikkaa lukiessa ei voi heti ymmärtää kaikkea, vaan on usein palattava takaisin tai hypättävä vaikeiden kohtien yli	Osaan luetella määritelmän, lauseen ja todistuksen ominaispiirteitä Määrittelen todistuksissa käyttämäni muuttujat Osaan tarkistaa, että jokin konkreettinen objekti toteuttaa määritelmän, esim. että jokin annettu kuvaus on injektio Osaan käyttää selittävää lukutapaa (it-seselityksen menetelmä) hankalien määritelmien tai todistusten ymmärtämiseksi	Osaan käyttää määritelmiä tilanteessa, joissa on todistettava asioita yleisessä tapauksessa, esim. jos on todistettava, että kaikille injektioille pätee jokin väite
Matemaattisen keskustelun	Puhun matemaattisista aiheista toisille Osaan ilmaista tarvitsevani apua matemaattisen ongelman ratkaisemiseen	Käyn matemaattisia keskusteluja, joissa ilmaisen omia ajatuksiani ja kuuntelen toisen ideoita Käytän keskustelussa oikeita nimityksiä matemaattisille käsitteille Osaan selittää, mikä kohta matemaattisen ongelman ratkaisemisessa tuottaa minulle vaikeuksia	Kykenen ylläpitämään matemaattista keskustelua, joka hyödyttää molempia osapuolia Muotoilen täsmällisiä kysymyksiä saadakseni apua matemaattisiin ongelmiin
Palautteen antaminen ja vastaanottaminen	Luen tehtävistäni annetun palautteen ja korjaan tehtäviä palautteen perusteella Annan vertaispalautetta toisten	Otan saamani palautteen puheeksi ohjaajien kanssa, jos en ole varma, mitä palautteen antaja on tarkoittanut Annan rakentavaa vertaispalautetta, jo-	Osaan toimia tilanteessa, jossa saan eri lähteistä ristiriitaista palautetta Antaessani palautetta asetun palautteen saajan asemaan, jotta voin arvioida, mil-

Esitiedot	Arvosanaan 1–2 riittävät taidot	Arvosanaan 3–4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
	opiskelijoiden töistä En ota saamaani palautetta henkilökohtaisesti, vaan ymmärrän, että palaute on annettu, jotta oppisin lisää	ka tähtää toisen opiskelijan työn parantamiseen	lainen palaute olisi kussakin tilanteessa mahdollisimman hyödyllistä
Matemaati- kon identitee- tin rakentu- minen	Pyrin ilmaisemaan itseäni täsmällisesti ja perustelemaan kaikki väitteeni Hyväksyn, että kullakin käsitteellä on vain yksi määritelmä, johon on perusteluissa vedottava, mutta tämä määritelmä voi vaihdella esim. eri kursseilla tai eri materiaaleissa Olen kiinnostunut kehittämään ongelmanratkaisutaitoani	Pyrin omaksumaan matemaattisessa kielenkäytössä käytettäviä fraaseja Osaan selittää määritelmän, lauseen ja todistuksen merkitystä matemaattisessa kommunikaatiossa ja teorianmuodotuksessa En anna periksi haastavien ongelmien edessä	Tavoittelen perusteluissani eleganttiutta ja viehätyn matematiikan kauneudesta Olen kiinnostunut todistuksista ja pyrin ymmärtämään niitä Siedän ongelmanratkaisussa eteen tulevaa tilaa, jossa kaikki keinot tuntuvat olevan lopussa ja uusia ideoita on vaikea löytää