Itseselittämisen strategia

Itseselittämisen strategian (self-explanation strategy) on havaittu parantavan oppijoiden ongelmanratkaisukykyä ja ymmärrystä. Ymmärtääksesi todistuksen paremmin sinun tulee käyttää seuraavia tekniikoita luettuasi kunkin rivin:

- Yritä tunnistaa todistuksessa käytetyt pääideat ja pohdi niitä tarkemmin.
- Pyri selittämään jokainen rivi aiempien ideoiden pohjalta. Nämä ideat voivat olla todistuksessa mainittua tietoa, esimerkkejä aiemmista lauseista/todistuksista tai ideoita, jotka perustuvat omaan aiempaan tietämykseesi aiheesta.
- Pane merkille mieleesi nousevat kysymykset, jos uusi tieto on ristiriidassa aiemman tietämyksesi kanssa.

Ennen kuin etenet todistuksessa seuraavalle riville, kysy itseltäsi seuraavat kysymykset:

- Ymmärränkö rivillä käytetyt ideat?
- Ymmärränkö miksi ideaa käytettiin?
- Millä tavoin idea on yhteydessä muihin todistuksessa käytettyihin ideoihin, muihin lauseisiin tai aiempaan tietämykseeni?
- Auttavatko kehittämäni itseselitykset minua vastaamaan näihin kysymyksiin?

Seuraavalla sivulla on esimerkki mahdollisista itseselityksistä, joita opiskelijat tuottivat yrittäessään ymmärtää alla olevaa todistusta (merkinnät ”(R1)” jne. viittaavat rivinumeroihin). Lue esimerkki huolellisesti, jotta ymmärrät millä tavoin voit käyttää tätä menetelmää omassa oppimisessasi.

Lause

Mitään paritonta kokonaislukua ei voi esittää kolmen parillisen kokonaisluvun summana.

Todistus

(R1) Oletetaan vastoin väitettä, että on olemassa pariton kokonaisluku x, jolle pätee $x = a + b + c$, missä a, b ja c ovat parillisia kokonaislukuja.

(R2) Tällöin $a = 2k$, $b = 2l$ ja $c = 2p$ joillain kokonaisluvuilla k, l ja p.

(R3) Täten $x = a + b + c = 2k + 2l + 2p = 2(k + l + p)$.

(R4) Tästä seuraa, että x on parillinen; ristiriita.

(R5) Täten mitään paritonta kokonaislukua ei voi ilmaista kolmen parillisen kokonaisluvun summana. $\square$

Luettuaan todistuksen eräs opiskelija kehitti seuraavat itseselitykset:

- Todistuksessa käytetään ristiriitatodistuksen menetelmää.
- Koska a, b ja c ovat parillisia kokonaislukuja, on käytettävä parillisen kokonaisluvun määritelmää. Tämä tehdään rivillä R2.
- Sen jälkeen todistuksessa korvataan luvut a, b ja c niitä vastaavilla määritelmillä luvun x kaavassa.
- Sitten luvun x kaavaa sievennetään ja sen osoitetaan myös toteuttavan parillisen kokonaisluvun määritelmän; ristiriita.
- Siispä mitään paritonta kokonaislukua ei voi esittää kolmen parillisen kokonaisluvun summana.

On pidettävä mielessä, että itseselittämisen strategia ei ole sama asia kuin itsetarkkailu tai esittäminen toisin sanoin. Nämä kaksi metodia eivät auta oppimisessasi yhtä paljon kuin itseselittäminen.

Esittäminen toisin sanoin

"Lukujen a, b ja c on oltava positiivisia tai negatiivisia parillisia kokonaisia lukuja."

Tässä lauseessa ei ole itseselitystä. Se ei lisää tai linkitä uutta informaatiota. Opiskelija ainoastaan käyttää toisia sanoja kuvatakseen sitä, mikä on jo ilmaistu tekstissä sanoin "parillisia kokonaislukuja". Sinun tulisi välttää tämänkaltaista toisin sanoin esittämistä, kun yrität ymmärtää todistuksia. Esittäminen toisin sanoin ei auta sinua ymmärtämään tekstiä yhtä hyvin kuin itseselittäminen.

Itsetarkkailu

"OK, ymmärrän että $2(k + l + p)$ on parillinen kokonaisluku."

Tämä lause vain kuvaa lukijan ajatusprosessia. Se ei ole sama asia kuin itseselittäminen, jossa opiskelija liittää lauseen tekstissä esiintyvään muuhun informaatioon tai aiempaan tietämykseensä. Keskity itseselittämiseen tarkkailun asemesta.

Eräs mahdollinen itseselitys samalle lauseelle olisi:

"OK, $2(k + l + p)$ on parillinen kokonaisluku, koska kolmen kokonaisluvun summa on kokonaisluku ja kaksi kertaa kokonaisluku on parillinen kokonaisluku."

Tässä esimerkissä lukija tunnistaa ja täsmentää tekstin pääideoita. Hän käyttää aiemmin esiintynyttä informaatiota ymmärtääkseen todistuksen logiikkaa. Sinun tulisi käyttää tätä lähestymistapaa todistuksen jokaisen rivin jälkeen ymmärtääksesi materiaalia paremmin.

Harjoitus

Lue nyt seuraava lyhyt todistus ja itseselitä jokainen rivi joko mielessäsi tai tehden muistiinpanoja paperille. Noudata edellisillä sivuilla esitettyä itseselittämisen strategiaa.

Lause

Ei ole olemassa pienintä positiivista reaalilukua.

Todistus

1. Oletetaan vastoin väitettä, että on olemassa pienin positiivinen reaaliluku.
2. Tällöin on oletuksen mukaan olemassa sellainen reaaliluku r, että jokaiselle positiiviselle reaaliluvulle s pätee $0 < r < s$.
3. Tarkastellaan lukua $m = r/2$.
4. Selvästikin pätee $0 < m < r$.
5. Tämä on ristiriita, sillä m on positiivinen reaaliluku ja pienempi kuin r.
6. Siten ei ole olemassa pienintä positiivista reaalilukua. $\square$