

582456 Approksimointialgoritmit (kevät 2010)

Harjoitus 6 (15. maaliskuuta)

1. (Vazirani 16.8) Tarkastellaan k -leikkauksen maksimointia (MAX k -CUT). Annettuna on kaaripainoilta varustettu verkko. Käypiä ratkaisuja ovat solmujen jaot k joukkoon S_1, \dots, S_k . Maksimoitavana on niiden kaarten paino, joiden päätepisteet jäävät tässä jaossa eri joukkoihin.

Sijoitetaan solmut satunnaisesti toisistaan riippumatta siten, että minkä tahansa solmun v todennäköisyys päätyä mihin tahansa joukkoon S_i on $1/k$. Arvioi algoritmin odotusarvoista approksimointisuhdetta. Poista algoritmista satunnaisuus ehdollisten odotusarvojen menetelmällä. Mihin approksimointisuhteeseen pääset?

(Lopputuloksena pitäisi olla hieman samanhenkinen ahne algoritmi kuin tehtävässä 2.1 tapaukselle $k = 2$.)

2. (Vazirani 17.2) Tarkastellaan esimerkissä 3.30 (luentokalvo 207; Vazirani Example 17.9) esitettyä ratkaisua ohjelmaan $LP(m)$. Osoita, että tämä todella on kantaratkaisu, kuten esimerkissä väitettiin.
3. (Vazirani 18.1) Tarkastellaan solmupeiteongelmasta ja puiden monileikkauksesta seuraavia tapauksia:
 - (a) solmujen painot ja kaarten kapasiteetit ovat kaikki 1
 - (b) solmujen painot ja kaarten kapasiteetit voivat olla mielivaltaisia.

Osoita kummassakin tapauksessa, että ongelmien välillä on approksimaatiosuhteen säilyttävä palautus.

Vihje: verkon solmut vastaavat puun lehtiä, kaaret päätesolmupareja.

4. (Vazirani 18.5) Muutetaan luentokalvon 216 algoritmia monileikkaukselle ja kokonaislukuarvoiselle monihyödykevuolle (Vazirani Algorithm 18.4) siten, että askelen 3 poistovaihe tehdään lisäysjärjestyksen mukaisesti (siis käänteisesti oikeaan algoritmiin nähden) tai jätetään kokonaan pois. Osoita kummassakin tapauksessa, että saadun monileikkauksen kapasiteetti voi olla mielivaltaisen paljon suurempi kuin optimi.