

582456 Approksimointialgoritmit (kevät 2010)

Harjoitus 10 (19. huhtikuuta)

- (Vazirani 21.3) Olkoon $\text{opt}(b)$ pienimmän b -tasapainoisen leikkauksen kapasiteetti ja a puolitusleikkauksen pseudoapproksimointialgoritmin (luennot s. 322, Vazirani luku 21.6.3) tuottaman $(1/3)$ -tasapainoisen leikkauksen kapasiteetti. Luennolla esitetyn tuloksen mukaan $a = O(\log n) \cdot \text{opt}(1/2)$.
 - Osoita, että yleisesti $\text{opt}(1/2)$ ei ole $O(\text{opt}(1/3))$. Siis ainakaan em. tulos ei vielä riitä osoittamaan, että päisi $a = O(\log n) \cdot \text{opt}(1/3)$ eli että luentojen algoritmi olisi $O(\log n)$ -approksimointialgoritmi pienimmälle $(1/3)$ -tasapainoiselle leikkaukselle.
 - Muodosta jono vastaesimerkkejä, joka osoittaa, että todella suhde $a/\text{opt}(1/3)$ voi kasvaa nopeammin kuin $O(\log n)$. *Vihje:* mieti, mihin luentojen lauseen todistuksessa tarvittiin seikkaa, että $1/3 < 1/2$; tämä liittyy myös seuraavaan tehtävään.
- (Vazirani 21.4) Olkoot $b \leq 1/3$ ja $b' > b$ vakioita. Yleistä puolitusleikkauksen pseudoapproksimointialgoritmi tuottamaan b -tasapainoinen leikkaus, jonka kapasiteetti on korkeintaan $O(\log n)$ kertaa pienemmän b' -tasapainoisen leikkauksen kapasiteetti.
- (Vazirani 24.13) Metrisessä tuotantolaitosten sijoitteluongelmassa tuotantolaitoksella i on kiinteä avaa-
miskustannus f_i , joka sallii sen palvella mielivaltaisen monta kaupunkia. Muutetaan ongelmaa niin, että tuotantolaitoksella on kiinteä avaa-
miskustannus s_i ja lisäkustannus t_i jokaista siihen yhdistettyä kaupunkia kohti. Yhdistämiskustannukset c_{ij} vaikuttavat kuten ennenkin. Osoita, että tämä muunneltu ongelma voidaan palauttaa alkuperäiseen ongelmaan approksimaatiosuhde säilyttäen.
Vihje: melko yksinkertainen muunnos yhdistämiskustannuksiin riittää, mutta muista tarkistaa kolmioepäyhtälön säilyminen voimassa.
- (Vazirani 24.8) Otetaan metriseen tuotantolaitosten sijoitteluongelmaan mukaan kapasiteetit. Jokaiselle tuotantolaitokselle $i \in F$ on annettu kokonaisluku u_i , ja laitokseen i saa yhdistää korkeintaan u_i kaupunkia. Muotoile ongelman tämä versio lineaarisena kokonaislukuohjelmalla. Osoita, että kokonaislukuohjelmalla ei ole mitään vakioylärajaa.