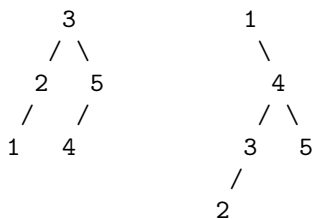


## 58131 Tietorakenteet ja algoritmit (kevät 2015)

### Harjoitus 6 (16.–20.2.2015)

- (a) Aluksi tyhjään binäärihakupuuhun lisätään avaimet 4, 6, 9, 3, 5, 7, 1, 2 ja 8, tässä järjestyksessä. Piirrä syntyvä puu.  
(b) Edellä saadusta binäärihakupuusta poistetaan avaimet 2, 3 ja 6, tässä järjestyksessä. Piirrä kaikki välivaiheina syntyvät puut.
- Kuinka monta erilaista binäärihakupuuta voidaan muodostaa luvuista 1–5?

Tässä pari esimerkkiä:



- Jos binäärihakupuuhun lisätään luvut järjestyksessä  $1, 2, \dots, n$ , kaikki luvut menevät toistensa perään ketjuksi ja puusta tulee korkea. Yksi tapa saada matalampi puu on lisätä luvut puuhun satunnaisessa järjestyksessä. Toteuta Javalla (tai muulla kielellä) binäärihakupuun ja tutki sen avulla, miten korkea puusta tulee suunnilleen tällöin.
- Esitä (pseudokoodilla) puun läpikäynnille sisäjärjestyksessä (*Inorder-Tree-Walk*) toteutus, joka ei käytä rekursiota. *Vihje*: Tehtävän voi ratkaista joko melko suoraviivaisesti korvaamalla rekursion sopivalla pinon käytöllä tai *prev*-osoittimia käyttäen vakiotilassa.
- (a) Osoita, että ei-tyhjässä täydellisessä binääripuussa

$$\text{lehtien lukumäärä} = \text{sisäsolmujen lukumäärä} + 1.$$

- (b) Osoita, että edellisen kohdan yhtälö itse asiassa pätee mille tahansa ei-tyhjälle *täydelle* binääripuulle. *Vihje*: Induktio puun korkeuden suhteen.
- Ylimääräinen lisätehtävä** Olkoon binääripuussa  $m$  lehteä  $l_1, \dots, l_m$ , joiden syvyydet ovat vastaavasti  $d_1, \dots, d_m$ . Osoita, että

$$\sum_{i=1}^m 2^{-d_i} \leq 1.$$

Milloin tämä pätee yhtäsuuruutena? (Tämä tulos on erikoistapaus koodausteoriassa keskeisestä *Kraftin epäyhtälöstä*.)