

Skedulointi, kuormituksen tasaus, robotin navigaatio

*Laskarivastaukset algoritmiikan
tutkimusseminaarissa*

24.2.2003

Kimmo Palin

Tietojenkäsittelytieteen laitos

Helsingin Yliopisto

Harjoitustehtävät

1. Todista että erilaisilla koneilla AHNE algoritmin kilpailukyky on $\Omega(m)$.
2. Todista että erilaisilla koneilla AHNE algoritmin kilpailukyky on $O(m)$.

Erilaisilla koneilla AHNE $\Omega(m)$

Olkoon koneet $1 \leq i \leq m$ ja merkitään konetta m myös indeksillä 0. Työllä J_k , $1 \leq k \leq m$, on ajoaika

$$p_{k,i} = \begin{cases} 1 + \epsilon & \text{jos } i = k - 1, \\ i & \text{jos } i = k, \\ 2m & \text{muuten.} \end{cases}$$

Optimi skeduloi työn J_k koneelle $k - 1$, joten $OPT = 1 + \epsilon$.
AHNE skeduloi J_k koneelle k . Mahdollinen valmistumisaika T_i koneella i on

$$T_i \begin{cases} = k - 1 + 1 + \epsilon = k + \epsilon & \text{jos } i = k - 1, \\ = k & \text{jos } i = k, \\ \geq 2m & \text{muuten.} \end{cases}$$

Erilaisilla koneilla AHNE $\Omega(m)$

Viimeinen työ J_m skeduloidaan koneelle m ja työ vaatii ajan $p_{m,m} = m$. AHNE algoritmin kilpailukyky on siis vähintään $\frac{m}{1+\epsilon}$, joka on mielivaltaisen lähellä m :ää.

Erilaisilla koneilla AHNE $O(m)$

Huomataan, että

$$OPT \geq \frac{1}{m} \sum_k \min_i p_{k,i}$$

Merkitään $T_G(k)$ AHNE algoritmin työaikaa k :lla ensimmäisellä työllä. Todistetaan, että $T_G(k) \leq \sum_{k' \leq k} \min_i p_{k',i}$.

Väite selvä kun $k = 1$. Tarkastellaan työtä J_{k+1} . Jokin kone j minimoi työajan $p_{k+1,j}$ ja tuon koneen valmistumisaika on korkeintaan $T_G(k)$. Näin ollen

$$T_G(k+1) \leq T_G(k) + p_{k+1,j} \leq \sum_{k' \leq k} \min_i p_{k',i} \leq m \cdot OPT.$$