

1. Osoita pumppauslemmalla että kieli $\{0^n 1^k 2^k \mid n, k \geq 0\}$ on epäsäännöllinen.
2. Osoita pumppauslemmalla että kieli $\{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ on epäsäännöllinen.
3. Merkitään $w^R =$ merkkijono w takaperin kirjoitettuna (so. jos $w = a_1 a_2 \dots a_n$, niin $w^R = a_n \dots a_2 a_1$). Merkkijono on palindromi, jos $w = w^R$ (esimerkiksi "isorikassikakissakirosi"). Tarkastellaan aakkoston $\{a, b\}$ palindromien muodostamaa kieltä $\text{PAL} = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$.
 - (a) Osoita, että kieli PAL ei ole säännöllinen.
 - (b) Laadi kielen tuottava kontekstiton kielioppi.
4. Tarkastellaan kieltä $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid x \text{ sisältää kaksi kertaa niin monta } a\text{:ta kuin } b\text{:tä}\}$.
 - (a) Osoita, että L ei ole säännöllinen.
 - (b) Laadi kontekstiton kielioppi, joka tuottaa kielen L .
5. Laadi kontekstiton kielippi, joka kuvaa yhden muuttujan x polynomeja. Yksinkertaisuuden vuoksi voit olettaa että termien ei tarvitse olla missä tietyssä järjestyksessä ja samanasteisia termejä voi polynomissa olla useita. Esim. $2x^2 - 2x + 1$, $x - x^9 - 7 + 3x + 42$, $4x^0 + 10$.
6. Osoita, että minkä tahansa aakkoston Σ säännöllisten kielten luokka on suljettu komplementtien yhdisteiden ja leikkausten suhteen, eli jos kielet $A, B \subseteq \Sigma^*$ ovat säännöllisiä, niin samoin ovat myös kielet $\bar{A} = \Sigma^* \setminus A$, $A \cup B$ ja $A \cap B$.

Vihje: Komplementointia varten tarkastele A :n tunnistavaa determinististä äärellistä automaattia ja leikkausta varten sovelta de Morganin lakeja: $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$, $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$