Tietorakenteet, toinen kurssikoe 6.5.2010

Vastaa tehtävät 1, 2 ja 3 **erillisille** konsepteille. Kirjoita jokaiseen palauttamaasi konseptiin kurssin nimi, kokeen päivämäärä, nimi, nimikirjoitus ja opiskelijanumero.

Vastaukset palautetaan tehtäväkohtaisiin pinoihin. Vaikka jättäisit johonkin tehtävään vastaamatta, tulee vastauspaperi siinäkin tapauksessa palauttaa.

Tehtävissä joissa pyydetään algoritmia, voit käyttää luentomonisteen pseudokoodityylin lisäksi muitakin "ymmärrettäviä" pseudokoodityylejä tai oikeista kielistä Javaa, Pythonia, C:tä, C++:aa tai jotain muuta selkeälukuista imperatiivista kieltä. Älä kuitenkaan käytä kielten eksoottisia piirteitä vaan pidä algoritmit pseudokoodimaisina.

- Projekt Euler -tehtävien deadline maanantaiaamu 10.5 klo 08.00
- Kokeen tulokset kurssisivulla maanantaina 10.5.
- Kurssin tulokset kurssisivulla ja ilmoitustaululla viimeistään keskiviikkona 12.5.
- Palautetilaisuus torstaina 13.5. huoneessa A232 klo 16-17
- Muista antaa kurssipalautetta osoitteessa `https://ilmo.cs.helsinki.fi/kurssit/servlet/Valinta`

1. (7p) Keko

   (a) (2p) Binäärikeko (maksimikeko) on tallennettu taulukkoon seuraavasti (ylempi rivi taulukon indeksit):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
15	14	12	4	8	11	9	2	1	5	3	7

   Piirrä kekoa vastaava binääripuu

   (b) (2p) Näytä mitä tapahtuu kun suoritetaan operaatio `heap-delete-max` eli keosta poistetaan maksimialkio.

   Esitä tietorakenteen tärkeimmät välivaiheet puina. Puun muuttumattomia osia ei tarvitse piirtää.

   (c) (3p) Esitä algoritmi, joka tarkistaa, onko sille syötteenä annettu taulukko maksimikeko eli päteekö kekoehto kaikissa taulukon kohdissa. Mikä on algoritmisi aikavaativuus ja tilavaativuus?

2. (9p) Hajautus ja järjestäminen

   (a) (3p) Mitä tarkoitetaan hajautuksen yhteydessä *yhteentörmäyksellä*?

   Esittele lyhyesti monisteessa mainitut kaksi erilaista tapaa yhteentörmäysten ratkaisemiseksi.

   (b) (3p) Kurssilla käsiteltiin kahta hajoita ja hallitse -periaatteella toimivaa järjestämisalgoritmia. Toinen näistä oli lomitusjärjestäminen (engl. merge sort). Selitä lyhyesti algoritmin toimintaperiaate. Selitykseksi riittää esim. muutama kuva selventävin tekstein. Älä anna tarkkaa pseudokoodia.

   Mitä hajoita ja hallise tarkoittaa lomitusjärjestämisen yhteydessä?

(c) (2p) Lomitusjärjestämisen ideaa mukailemalla saadaan helposti muodostettua hajoita ja hallitse -periaatteella toimiva algoritmi, joka etsii syötteenään olevan kokonaislukuja sisältävän taulukon suurimman luvun. Esitä algoritmi pseudokoodina.

Tässä kohdassa halutaan nimenomaan hajoita ja hallitse -periaatteella toimiva algoritmi. Muunlaisista ratkaisuista ei pisteitä anneta.

(d) (1p) Analysoi edellisen kohdan algorimisi aika- ja tilavaativuus kun syötteenä olevan taulukon koko on n. Voit analyysissäsi olettaa, että taulukon koko n on jokin kahden potenssi.

Vihje: $\sum_{i=0}^{k} 2^i = 2^{k+1} - 1$ ja $2^{\log_2 k} = k$ kun $k > 0$.

3. (8p) Verkot

Vastaa joko a- tai b-kohtaan

(a) (8p) Tarkastellaan *suuntaamatonta yhtenäistä verkkoa*, jonka solmut kuvaavat tietokoneita ja kaaret niiden välisiä tietoliikenneyhteyksiä. Verkko on *haavoittuva*, jos siinä on solmu, jonka poistaminen verkosta rikkoo sen yhtenäisyyden[1]. Toisin sanoen verkko on haavoittuva, jos yhden tietokoneen poistaminen verkosta voi estää kahden muun tietokoneen viestinnän.

Esimerkiksi vasemmanpuoleinen on haavoittuva sillä solmun b poisto rikkoo yhtenäisyyden. Oikeanpuoleinen verkko taas ei ole haavoittuva.

```
a---b---c          a---b---c
 \ / \ /            \ / \ /
  d   e              d---e
```

Esitä algoritmi, joka tarkistaa, onko verkko haavoittuva. Kuvaile ensin algoritmisi toimintaperiaate sanallisesti. Esitä algoritmi myös pseudokoodina. Verkko on tallennettu muistiin vieruslistaesityksenä. Määritä lisäksi algoritmisi aikavaativuus.

(b) (8p)

(1) (3p) Suunnatun painotetun verkon solmujen u ja v välinen lyhin polku on p. (Polku p siis on solmujen u ja v välisistä pouista se, jonka kaaripainojen summa on pienin.) Verkon jokaisen kaaren painoon lisätään 1, muuten verkko säilyy ennallaan. Onko p välttämättä solmujen u ja v välinen lyhin polku myös muunnetussa verkossa? Perustele.

(2) (3p) Suuntaamattomalla painotetulla verkolla on pienin virittävä puu T. Verkon jokaisen kaaren painoon lisätään 1, muuten verkko säilyy ennallaan. Onko T välttämättä pienin virittävä puu myös muunnetussa verkossa? Perustele.

(3) (2p) Suuntaamattomassa verkossa on n kaarta ja n solmua ($n \geq 3$). Osoita, että verkossa on varmasti sykli.

[1] Jos solmu poistetaan verkosta, poistetaan verkosta myös kaikki solmuun liittyvät kaaret.