Päätöksenteko agenttien uskomuksiin nojautuen

Karru Salminen

26 huhtikuuta 2001

1 Johdanto

Älykkäiden agenttien ollessa vuorovaikutuksessa niiden on käytännöllistä ymmärtää jonkin verran muidenkin agenttien sielunelämää. Sujuvampiin vuorovaikutussuhteisiin päästään, kun tiedetään toisten motiiveista ja päämääristä. Motiivien lisäksi agenttien toimintaan vaikuttavat näiden havainnot ja uskomukset ympäröivästä maailmasta. Kommunikoimalla muiden agenttien kanssa, tai tekemällä päätelmiä niiden tekemistä ratkaisuista, voi älykäs agentti saada tietoa niiden uskomuksista. Näistä uskomuksista voidaan päätellä asioita toimintaympäristöstä, joita itse ei välttämättä tiedetä tai pystytä havaitsemaan itse.

Tämä seminaariesitys perustuu Brian Milchin ja Daphne Kollerin artikkeliin 'Probabilistic Models for Agentst' Beliefs and Decisions' [1] jossa he esittelevät probabilistisen episteemisen logiikan (*Probabilistic Epistemic Logic, PEL*) jossa uskomuksia voi esittää formaaleina lauseina. Olettaen, että vuorovaikutusagentit toimivat rationaalisesti, niiden käyttäytymistä voi ennustaa mallintamalla päätöksentekoprosessin vaikutuskaaviona (influence diagram). Milch ja Koller perustavat logiikkansa episteemiseen logiikkaan ja Bayes-verkkoihin. PEL on eräänlainen rajoitettu erikoistapaus Faginin ja Halpernin esittelemästä logiikasta [2], mutta sitä on (tekijöidensä mukaan) yksinkertaisempi soveltaa käytännössä.

2 Episteeminen logiikka

Episteemisen logiikan kehitys katsotaan alkaneen Jaakko Hintikan teoksesta 'Knowledge and Belief' vuonna 1962 [3]. Hintikan perusideana oli käyttää propositionaalisia konstruktioita kuten *uskoo* tai *tietää*. Näitä soveltamalla saadaan agentille joukko maailmoja, jotka voivat olla episteemisesti tai doksastiisesti mahdollisia. Agentin episteemiset vaihtoehtomaailmat ovat tasan ne maailmat, joissa kaikki agentin tietämä pätee. Vastaavasti, doksastiset vaihtoehtomaailmat ovat ne, joissa kaikki agentin uskoma pätee. Tästä voidaan johtaa periaatteet:

x *tietää* että α, joss jokaisessa hänen vaihtoehtomaailmassaan x tietää että α.

Toisaalta:

x *uskoo* että α, joss jokaisessa hänen vaihtoehtomaailmassaan x uskoo että α.

Doksastinen ja episteeminen logiikka eivät ole toisiaan poissulkevia. Voidaan olettaa että:

Tietoisuus implikoi totuutta. Reaalimaailma on siis yksi vaihtoehtoinen maailma niiden maailmojen joukossa, jotka sopivat yhteen agentin tietoisuuksien kanssa. Eli, reaalimaailma on agentin yksi episteeminen vaihtoehtomaailma.

Tietoisuus implikoi uskoa. Jos jokin mahdollinen maailma on yhteensopiva kaikkien agentin uskomusten kanssa, niin se on yhteensopiva agentin kaiken tiedon kanssa. Doksastisten vaihtoehtomaailmojen joukko on siis episteemisten vaihtoehtomaailmojen alijoukko.

Formaalissa doksaalisessa/episteemissä logiikassa merkintä $\mathbf{K}\alpha$ tarkoittaa "agentti tietää, että α" ja merkintä $\mathbf{B}\alpha$ tarkoittaa "agentti uskoo, että α". Merkitsemällä $\models \alpha$ (α on loogisesti validi) voimme muodostaa erilaisia päättelysääntöjä, tähän tapaan:

1. $\models \mathbf{K}(\alpha \to \beta) \to (\mathbf{K}\alpha \to \mathbf{K}\beta)$
2. $\models \mathbf{B}(\alpha \to \beta) \to (\mathbf{B}\alpha \to \mathbf{B}\beta)$
3. $\models \mathbf{B}\alpha \to \alpha$
4. $\models \mathbf{B}\alpha \to \mathbf{B}\alpha$
5. if $\models \alpha$, then $\models \mathbf{K}\alpha$
6. if $\models \alpha$, then $\models \mathbf{B}\alpha$
7. $\models \mathbf{BB}\alpha \to \mathbf{B}\alpha$
8. $\models \mathbf{B}\alpha \to \mathbf{BB}\alpha$

Puhtaassa episteemisessä logiikassa voidaan kuitenkin todentaa ainoastaan, uskooko agentti johonkin tai tietääkö se jotain. Uskomusten vahvuuksille ei voi antaa arvoja, eikä niitä voi heikentää tai vahventaa.

3 Yhteispriorioletus (Common Prior Assumption)

Milchin ja Kollerin PEL sisältää oletuksen, että kaikilla samassa maailmassa vuorovaikutuksessa olevilla agenteilla on sama yhteisprioritodennäköisyysjakauma (Common Prior Assumption). Tämä tarkoittaa sitä, että jos kahdella agentilla on täsmälleen samat ennakkotiedot (priorit), niin yleiseen tietoon tulevan tapahtuman E aiheuttamien päätelmien (posteriorit) on oltava täsmälleen samat. 'Yleinen tieto' tässä tarkoittaa sitä, että agentti 1 tietää että tapahtui E, agentti 2 tietää että tapahtui E, agentti 1 tietää että agentti 2 tietää että tapahtui E, agentti 2 tietää että 1 tietää että tapahtui E, agentti 1 tietää että agentti 2 tietää että agentti 1 tietää että tapahtui E ja niin edelleen.

Olkoon (Ω, β, p) todennäköisyysavaruus, jossa Ω on jaettu b_1:een ja b_2:een, joiden yhdiste $b_1 \vee b_2$ sisältää epätyhjiä tapahtumia. (Ω, β) on maailman tilojen avaruus, p yhteispriori agentti 1:lle ja agentti 2:lle, sekä b_i i:n informaatio-osuus; eli jos maailman reaalitila on ω, niin silloin i saa tietää ω:n sisältämän b_i:n elementistä $\mathbf{P}_i(\omega)$. E on yleistä tietoa ω:lla, jos jos E sisältää erotuksen $b_1 \wedge b_2$ sen jäsenen, joka sisältää ω:n.

Olkoon E tapahtuma, q_i A:n posterioritodennäköisyys $p(A \mid b_1)$ kun i tunnetaan; ts. jos $q_i(\omega) = p(A \cap \mathbf{P}_i(\omega)/p(\mathbf{P}_i(\omega)))$.

Olkoon lisäksi $\omega \in \Omega$, ja q_1 ja q_2 numeroita. Jos on yleistä tietoa ω:lla että $q_1 = q_1$ ja $q_2 = q_2$, niin silloin $q_1 = q_2$.

Todistus: Sisältäköön P erotuksen $b_1 \wedge b_2$ sen jäsenen, joka sisältää ω:n. Merkitään $P = \bigcup_j P^j$, missä P^j ovat erillisiä b_1:n jäseniä. Koska $q_1 = q_1$ aina P:ssä, saadaan $p(A \cap \mathbf{P}^j)/p(P^j) = q_1$ kaikille j; tällöin $p(A \cap \mathbf{P}^j) = q_1 p(P^j)$. Kun summataan j:n yli, saadaan $p(A \cap \mathbf{P}) = q_1 p(P)$. Vastavuoroisesti $p(A \cap \mathbf{P}) = q_2 p(P)$, joten $q_1 = q_2$.

Tämä on aika teoreettista, mutta ehkä tämä selventää asian ydintä: ajatellaan agenttia a1 ja agenttia a2 joilla on sama priori kolikon parametrille, ja että E on tapahtuma että kolikosta tulee H (kruuna) seuraavalla heitolla. Molemmat agentit saavat heittää kolikkoa kerran ennakkoon, ja a1:lle tulee H ja a2:lle T (klaava). Kun kerta molempien tietämys perustuu täysin tekemäänsä edelliseen heittoon, a1:n E:n posteriori on 2/3 ja a2:n 1/3. Jos agentit informoivat toisiaan posterioreistaan, molemmat pystyvät päättelemään toisen saaman tuloksen ja näinollen korjaavat posteriorinsa 1/2:ksi. Ajatellaan seuraavaksi, että agentit saisivat heitellä kolikkoa useammankin kerran, mutta eivät tietäisi monestiko vastapuoli saa heittää sitä. Jos molemmat saavat esim. 4 heittoa, a1:n tulosten ollessa HHHT ja a2:n tulosten HTTT, ja he tämän jälkeen informoivat toisiaan posterioreistaan (a1: 2/3; a2: 1/3), niin päättely ei enää ole niin helppoa. Koska he eivät tiedä perustuuko toisen posteriori 1, 4 vai kuinka moneen heittoon, on mahdotonta sanoa, minkälainen painoarvo toisen tulokselle tulisi antaa omaan nähden.

Joka tapauksessa, PEL nojautuu siihen oletukseen, että agenteilla on sama yhteispriorijakauma, ja se mikä tekee heidän maailmankuvistaan erilaiset on eri havainnot ja kokemukset. Lisämateriaalia aiheesta löytyy mm. lähteistä [4] ja [6].

4 PEL

Probabilistisen episteemisen logiikan kieli parametrisoidaan joukolla Φ satuinnaismuuttujasymboleita, joihin jokaiseen liittyy ympäristö; joukolla A agentteja; ja joukolla N_a havaintovaiheita jokaiselle agentille $a \in A$. Muuttujien arvot eivät tittelistään huolimatta muutu ajan myötä havaintovaiheiden välillä. PEL:n kieli koostuu seuraavista kaavoista:

atomikaavoista, jotka ovat muotoa $X = v$, missä $X \in \Phi$ ja $v \in dom(X)$;

kaavoista muotoa $\neg\varphi$ ja $\varphi \wedge \psi$, missä φ ja ψ ovat PEL-kaavoja, ja;

kaavoista muotoa $BelCond^{\geq r}_{a,i}(\varphi \mid \psi)$, missä $a \in A$, $i \in \{1, \cdots, N_a\}$, φ ja ψ ovat PEL-kaavoja, ja r on todennäköisyys välillä $[0, 1]$.

Kaava $BelCond^{\geq r}_{a,i}(\varphi \mid \psi)$ tarkoittaa "agentin a vaiheessa i mukaan ehdollinen todennäköisyys φ:lle annettuna ψ on vähintään r.". (Huom. $BelCond^{\geq r}_{a,i}(\varphi)$ on sama kuin $BelCond^{\geq r}_{a,i}(\varphi \mid true)$.)

Määritelmä 1 *PEL-kielessä malli M, jolla on satunnaismuuttujat Φ; agentit A; ja havaintoprosessien pituudet $\{N_a\}_{a\in A}$, on monikko (S, π, K, P), jossa:*

S on mahdollisten tilojen joukko maailmassa;

π on arvofunktio, joka määrittää jokaiselle satunnaismuuttujasymbolille $X \in \Phi$ diskreetin satunnaismuuttujan X^M;

K määrittää jokaiselle parille $\{(a, i) \in A \times \mathbf{Z}^+ : i \leq N_a\}$ tavoitettavuusrelaation $K_{a,i}$;

P on todennäköisyysjakauma yli S:n.

PEL siis määrittää joukon tiloja ja sitoo jokaiseen satunnaismuuttujasymboliin satunnaisluvun, joka määritellään näissä tiloissa. Jatkossa, X^M saatetaan lyhentää muotoon X. Tavoitettavuusrelaatio $K_{a,i}$ on voimassa kahden maailman s ja s' välillä, jos agentti a ei pysty erottamaan näitä toisistaan tilassa i, toisin sanoen sillä ei ole niiden erotteluun tarvittavaa tietämystä. Agentti ei koskaan unohda muodostamiaan tietämyksiä, ja edellisistä siis seuraa: $\neg K_{a,i}(s, s')$, $j > i \rightarrow \neg K_{a,j}(s, s')$.

P on agenttien yhteisprioritodennäköisyysjakauma yli S:n tilojen joukon. Jokaiselle agentille a, vaiheelle i ja tilalle s voidaan johtaa lokaali jakauma $p_{a,i,s}$ yli tilojen, jotka ovat s:stä tavoitettavissa. Lokaali jakauma on subjektiivinen todennäköisyys, jonka agentti sitoo jokaiseen tavoittettavissa olevaan tilaan.

Määritelmä 2 *Kun $a \in A, i \in \{1, \cdots, N_a\}$, ja $s \in S$, niin kullekin tilalle $s' \in K_{a,i}(s)$ voidaan määritellä $p_{a,i,s}(s') = P(s' \mid K_{a,i}(s))$.*

Agentin a subjektiivinen todennäköisyysjakauma vaihtelee eri tilojen välillä. Toisten agenttien uskomusten epävarmuus voi näin ollen vaikuttaa a:n uskomuksiin.

Merkintä $(M, s) \models \varphi$ tarkoittaa että kaava φ tyydyttyy maailmassa s mallissa M. Allaolevassa $(M, \rho)\neg \models \varrho$ tarkoittaa että kaava ϱ ei tyydyty maailmassa ρ mallilla M.

Määritelmä 3 *$(M, s) \models \varphi$ jos jokin seuraavista on voimassa:*

φ on atominen kaava $X = v$ va $X(s) = v$;

$\varphi = \neg\psi$ and $(M, s) \neg \models \psi$;

$\varphi = \psi \vee \chi$, and $(M, s) \models \psi$ or $(M, s) \neg \models \chi$;

$\varphi = BelCond^{\geq r}_{a,i}(\psi \mid \chi), p_{a,i,s}([\chi]_M) \neq 0$, and $p_{a,i,s}([\psi]_M \mid ([\chi]_M) \geq r$.

Prioritodennäköisyysjakaumaa P voidaan nyt käyttää kaavan φ tyydyttävien tilojen kokonaistodennäköisyyksien löytämiseen. Jotta tästä kompleksista todennäköisyysavaruudesta saataisiin kompaktimpi esitys, se voidaan esittää Bayes-verkkona. PEL-mallin M jokainen satunnaismuuttuja $X \in \pi(\Phi)$ esitetään Bayes-verkon $\mathbf{B}$ solmuna. Olkoon S kaikkien satunnaismuuttujasymbolien x ja satunnaislukujen $\pi(\Phi)$ mahdollisten sidosten joukko. $\mathbf{B}$:n jakauma määrittelee P:n jakauman yli S:n.

Tavoitettavuusrelaation $K_{a,i}$ määrittelemiseksi on asetettava rajoitus, että agentin havaintojen on aina vastattava jotain joukkoa satunnaismuuttujia.

Havaintojoukko – oletus : Jokaiselle agentille $a \in A$ ja vaiheelle $i \in \{1, \cdots, N_a\}$, on olemassa havaintojoukko $O_{a,i} \subset \pi(\Phi)$ siten että $K_{a,i}(s, s') \Leftrightarrow \forall X \in O_{a,i}(X(s) = X(s'))$.

Määritelmä 4 *Olkoon* $M = (S, \pi, K, P)$ *PEL-malli,* $\mathbf{B}$ *Bayes-verkko joka määrittelee yhteisjakauman* Pr*, ja* $O_{a,i}$ *havaintojoukko joka sisältää* $\mathbf{B}$*:ssä esiintyvät satunnaismuuttujat. Malli* m *ja* $\langle \mathbf{B}, \{O_{a,i}\}\rangle$ *ovat ekvivalentit jos:*

jokaiselle satunnaismuuttujasymbolille $X \in \Phi$ *on myös* $\mathbf{B}$*:ssä;*

jokaiselle $\pi(\Phi)$ *ilmentymälle* x *pätee* $P(x) = \Pr(x)$*;*

jokaisella agentilla a *ja vaiheella* i*,* $K_{a,i}$ *liittyy* $O_{a,i}$*:n Havaintojoukko-oletuksen mukaisesti.*

4.1 PEL-kaavojen arviointi Bayes-verkoissa

$\mathbf{B}$:stä on varsinaisesti tälle asialle hyötyä vasta sitten, kun sen avulla voi laskea mielivaltaisten PEL-kaavojen todennäköisyyksiä. Tätä varten tarvitaan satunnaismuuttujien lisäksi indikaattorimuuttujaa $\eta[\varphi]$ jolla saa arvon *true* jos $M, s \models \varphi$ ja *false* muutoin.

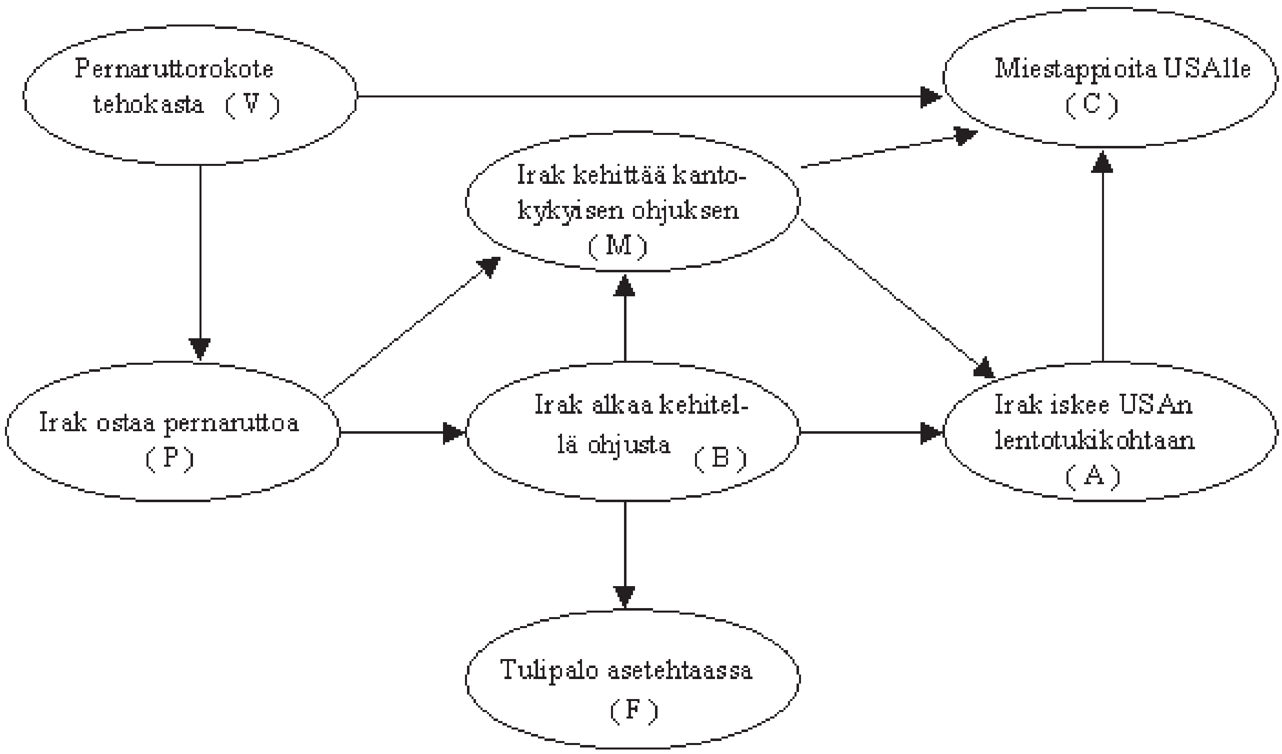
Määritelmä 5 *Olkoon* $M = (S, \pi, K, P)$ *PEL-malli;* $\mathbf{B}$ *Bayes-verkko joka määrittelee yhteisjakauman* Pr*; ja* $O_{a,i}$ *havaintojoukko. Olkoon* Δ *joukko PEL-kaavoja. Tällöin* M *ja* $\langle \mathbf{B}, \{O_{a,i}\}\rangle$ *ovat* Δ*-ekvivalentteja jos* M *ja* $\mathbf{B}$ *ovat ekvivalentteja, sekä:*

jokaiselle $\varphi \in \Delta$*,* $\eta[\varphi]$ *löytyy* $\mathbf{B}$*:stä;*

jokaiselle $(\pi(\Phi) \cup \eta[\Delta]), P(x) = \Pr$.

Jotta Bayes-verkoista saataisiin Δ-ekvivalentteja, esitetään tässä funktio **CreateNode**$(\mathbf{B}, \varphi)$, joka luo indikaattorisolmun PEL-kaavalle ja antaa sille korrekti ehdollinen jakauma muihin muuttujiin $\mathbf{B}$:ssä nähden.

Jos φ on atomikaava $X = v$, funktio luo solmun $\eta[\varphi]$ jonka ainoa vanhempi on X. Funktio määrittelee $\eta[\varphi]$:n ehdollisen todennäköisyysjakauman (Conditional probability distribution, CPD) siten että $\eta[\varphi] = true$ todennäköisyydellä 1 kun $X = v$, *false* muutoin.



Kuva 1: Perusbayesverkko

Jos $\varphi = \neg\psi$, funktio tekee rekursiivisen kutsun **CreateNode**$(\mathbf{B}, \psi)$. CPD: $\eta[\varphi] = \mathit{true}$ joss $\eta[\psi] = \mathit{false}$. (NOT-portti)

Jos $\varphi = \psi \vee \chi$, funktio tekee kutsut **CreateNode**$(\mathbf{B}, \psi)$ ja **CreateNode**$(\mathbf{B}, \chi)$. Sitten se luo solmun $\eta[\varphi]$ jolla on kaksi vanhempaa, $\eta[\psi]$ ja $\eta[\chi]$. (OR-portti)

Jos $\varphi = BelCond^{\geq r}_{a,i}(\psi \mid \chi)$, funktio tekee kutsut **CreateNode**$(\mathbf{B}, \psi)$ ja **CreateNode**$(\mathbf{B}, \chi)$ sekä lisäksi muodostaa havaintojoukosta minimaalisen relevantin joukon, luo solmun $\eta[\varphi]$ jonka vanhemmiksi tulevan relevantin joukon elementtien solmut. Seuraavaksi, funktio asettaa $\eta[\psi]$:n *true*ksi, ja käyttää Bayes-verkon päättelyalgoritmia [5] saadakseen yhteisjakauman minimaalisen joukon ja $\eta[\varphi]$:n yli.

5 Esimerkki: kansainvälisen kriisin analyysi

Milch ja Koller esittivät myös ongelmanasetteluskenaarion, johon PEL:a voisi soveltaa: Irak ostaa biologiseen sodankäyntiin jalostettua pernaruttobakteeria ja aloittaa tarkoitukseensopivan ohjuksen kehittelytyön. USAssa on rokote tautia vastaan, mutta sen tehokkuudesta ei paljoakaan tiedetä. Irakilla saattaa olla tietoa siitä. Irakin tarkoituksena on iskeä aseellaan USAn tukikohtaan Lähi-Idässä suurten miestappioiden toivossa. Jos Irak jatkaa kehitystyötään ohjuksen parissa, siinä käytetty vanha asetehdas on huomattavasti alttiimpi tulipalolle, jonka USA havaitsisi.

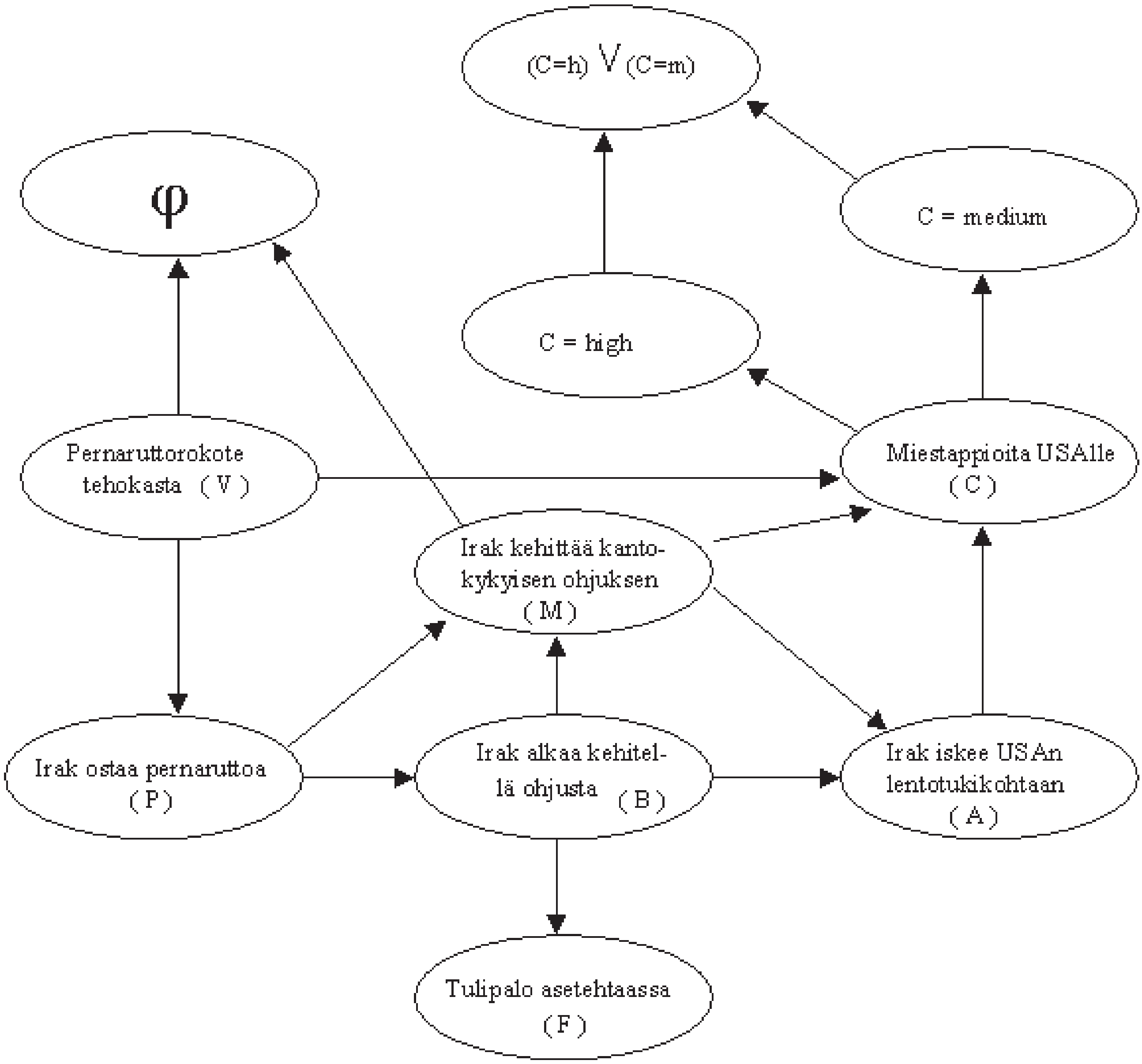
Näistä eri havaintomalleista voidaan muodostaa Bayes-verkko (kuva 1). Oletetaan, että Irakilla on kuusivaiheinen havainnointiprosessi (USA = u, Irak = i): $O_{i,1} = \{V\}$; $O_{i,2} = \{V, P\}$; $O_{i,3} = \{V, P, B\}$; $O_{i,4} = \{V, P, B, M\}$; $O_{i,5} = \{V, P, B, M, A\}$; $O_{i,6} = \{V, P, B, M, A, C\}$. USAn vastaava on kolmivaiheinen: $O_{u,1} = \emptyset$; $O_{u,2} = \{F\}$; $O_{u,3} = \{F, A, C\}$.

Havaintojoukko-oletuksen mukaan on yleistä tietoa, mitä muuttujia agentti a on havainnut kohdassa i. Tämä ei ole kuitenkaan aina realistinen oletus, esim. Yhdysvallat ei voi olla varma, mitä Irak tietää Yhdysvaltojen valmiudesta iskuun. Tämän takia on syytä modifioida Bayes-verkkoa kuvassa lisäämällä solmu $Huomioi_{i,1}(V)$, joka saa arvon *true* jos Irak on havainnut V:n vaiheessa 1, *false* muutoin. Seuraavaksi lisätään solmu $HuomioituArvo_{i,1}(V)$ jonka vanhemmat ovat V ja $Huomioi_{i,1}(V)$. Sen arvojoukko on $dom(V) \cup \{tuntematon\}$. Se saa arvon $tuntematon$ jos $Huomioi_{i,1}(V)$ on *false*, mutta V:n jos $Huomioi_{i,1}(V)$ on *true*. $O_{i,1}$ sisältää $Huomioi_{i,1}(V)$ ja $HuomioituArvo_{i,1}(V)$, mutta ei V:tä.

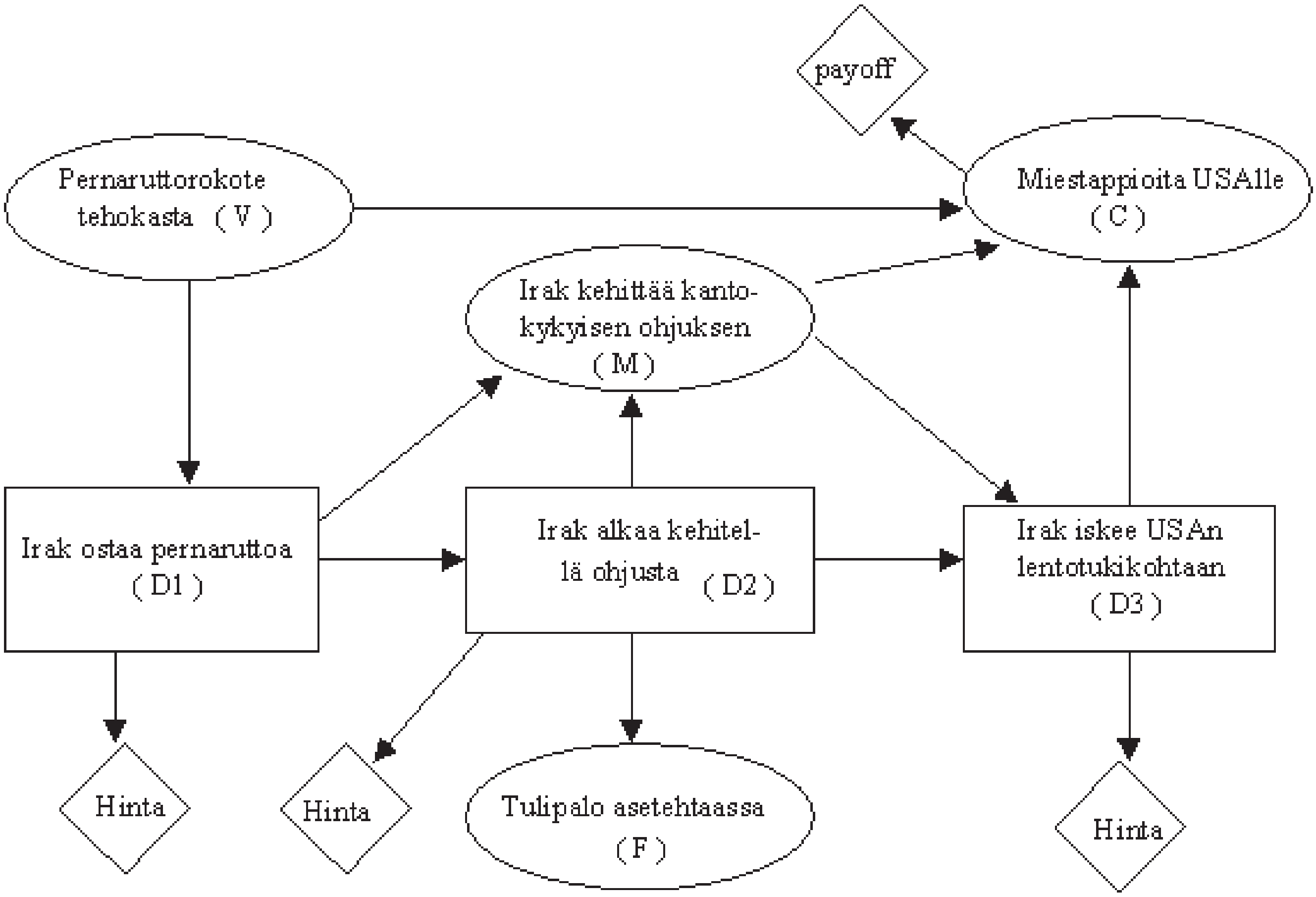
Katsotaan seuraavaksi, miten **CreateNode** toimii edellisessä ongelmanasettelussa. Nyt, jos haluttaisiin tietää Irakin uskomuksista USAn kaatuneiden suhteen mahdollisessa iskussa, voisimme formalisoida kaavan

$$\varphi = Bel^{\geq 0.8}_{i,4}((C = high) \vee (C = medium))$$

CreateNoden kutsuminen tällä kaavalla johtaisi siis kutsuun kaavalla $((C = h) \vee (C = m))$ joka hajottaisi kutsun vielä kerran. Irakin havaintovaiheessa 4 sillä on



Kuva 2: Bayes-verkko, jossa on indikaattorimuuttujat mukana



Kuva 3: Influence Diagram, ID

4 satunnaismuuttujaa (V, P, B, M) mutta vain kaksi niistä on relevantteja (V, M). Saadakseen CPD:n $\eta[\psi]$:lle täytyy laskea $\Pr((\eta[\ (C = h) \vee (C = m)] \mid \mathbf{rel})$ jossa **rel** on relevantin minimijoukon yksittäinen ilmentymä. Lopputulos riippuu parametroinnista, syntynyt Bayes-verkko on kuvassa 2.

5.1 Päättely päätöksistä

Edellisissä kappaleissa puhuttiin paljon todennäköisyysjakaumista. Eräs erittäin oleellinen seikka on näiden jakaumien muodostaminen: jokaisessa päätöksessä on mukana ihmisiä, jotka eivät toimi irrationaalisesti vaan sangen tarkoitushakuisesti. Tällöin joka ikisen tehdyn ratkaisun pitäisi muuttaa käsityksiä kaikista muuttujista.

Ehdollisten todennäköisyysjakaumien konstruointia voi automatisoida mallintamalla päätöksentekoprosessia vaikutuskaaviolla (influence diagram, ID) ja ratkaisemalla se.

Kuvassa 3 on paperissa esitetyn konfliktin alkutilanne ID-muodossa. ID-kaaviossa on kolmenlaisia solmuja: sattumasolmuja (ovaalit), päätössolmuja (suorassa olevat nelikulmiot) ja hyötyarvosolmuja (kallellaan olevat nelikulmiot). Päätössolmut ovat numeroituja vastaamaan päätöksentekojärjestystä. ID-kaavion ratkaiseminen tarkoittaa optimaalisen hyödyn tuottavan päätöksentekosääntöjen johtamista kaaviosta. Standardialgoritmit ratkaisevat ID:n päinvastaisessa temporaalisessa järjestyksessä. Kun päätöksentekosäännöt on ratkaistu, ID:stä saa helposti Bayes-verkon. Hyötysolmut poistetaan ja päätössolmut muutetaan sattumasolmuiksi (tavallisiksi Bayessolmuiksi). Päätöksentekologiikan mukaan tehdyjen ratkaisujen todennäköisyyksiksi asetetaan 1, hylätyt vaihtoehdot saavat arvokseen 0, ja näin päätössolmuille saadaan ehdolliset todennäköisyysjakaumat.

Vaikkakaan nämä verkot eivät sovellu kuin yhden agentin uskomuksien arviointiin, niin vastapuolen havaintomateriaalia voi simuloida ID:llä luoduilla CPD:llä. Tässä lähestymistavassakin joudutaan spekuloimaan ja olettamaan sangen paljon vastapuolen tiedoista ja päämääristä.

Viitteet

[1] Milch, B., ja Koller, D. Probabilistic Models for Agentst' Beliefs and Decisions. Proceedings of the Sixteenth Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence, June 2000

[2] Fagin, R., ja Halpern, J. Reasoning about Knowlegde and Probability. J. ACM, 1994

[3] Hintikka, J. Knowlegde and Belief. Cornell University Press, Ithaca, New York, 1962.

[4] Halpern, J. Characterizing the Common Prior Assumption. Theoretical Aspects of Reasoning about Knowledge: Proceedings of the Seventh Conference (TARK 1998)

[5] Shachter, R. Bayes-ball: The rational pastime. In Proc. UAI, 1998.

[6] Aumann, R. Agreeing to Disagree. The Annals of Statistics, Vol 4, 1976.