Peliteoria tietojenkäsittelijän työvälineenä

Avril Styrman

Älykkäiden järjestelmien
tutkimusseminaari
Ohjaaja: Petri Myllymäki
HELSINGIN YLIOPISTO
Tietojenkäsittelytieteen laitos
Helsinki 11.4.2001

Sisältö

Tämä seminaaripaperi on helposti ymmärrettävä yleisluonteinen johdatus peliteoriaan, eli sen historiaan ja tutkimukseen. Lukemalla tämän liitteineen, saa jo jonkinlaisen kosketuksen alaan. **Lihavoidut** termit, ja muutamia muitakin peliteorian kannalta keskeisiä käsitteitä on selitettynä **liitteessä III**. Alussa käydään läpi klassista peliteoriaa, jonka jälkeen siirrytään tarkastelemaan peliteoriaa **Agentti**-perspektiivistä. **Liitteessä IV** on linkkejä peliteoreettisiin linkkisivuihin asiasta enemmän kiinnostuneille.

1 Aiheen esittely

Peliteoria on 1900-luvulla syntynyt jatkuvasti laajentuva tieteenala. Sen voi nähdä pelaajan oppaana ja eri pelien analysointityökaluna. Peli taas voi olla melkein mitä tahansa; perinteinen lautapeli kuten shakki, tietokonenpeli tai vaikkapa New Yorkin pörssi. Peliteorian sovellusalue on siis hyvin laaja.

Peliteoria ja **AI** ovat jokseenkin samassa suhteessa kuin matematiikka ja tietojenkäsittelytiede vastaavasti. AI sisältää epävarmuutta kuten tietojenkäsittelytiede yleensä, peliteoria on taas täysin determinististä ja todistettavasti varmaa kuten matematiikkaa.

Peliteoreettisia julkaisuja alkoi pikkuhiljaa ilmestyä 1900-luvun alusta lähtien. Aihetta tutkittiin vielä lähes poikkeuksetta pelkästään tavanomaisia pelejä, kuten lautapelejä ja rahapelejä silmällä pitäen, kunnes John Von Neumann ja Oskar Morgenstern laajensivat peliteorian kontekstia julkaisemalla kirjansa 'The Theory of Games and Economic Behaviour' vuonna 1944. Heidän mielestään fysikaalisiin tieteisiin kehitetty matematiikka, joka kuvaa epätasapainoisen luonnon ilmiöitä, oli huono ja riittämätön malli taloustieteille. Taloustiede oli kuin peliä, jossa pelaajat ennakoivat muitten pelaajien siirtoja. Tämän takia tarvittiin uudenlaista matematiikkaa, jonka he nimesivät asiaankuuluvalla tavalla 'peliteoriaksi'. Von Neumannia pidetäänkin peliteorian 'isänä'. **Liitteessä II** on kattava peliteorian kehitystä kuvaava historialuettelo.

Peliteoriaa voi soveltaa tilanteisiin, joissa päätöksentekijät joutuvat ottamaan muitten päätöksentekijäiden mielipiteet huomioon. Ottamalla huomioon strategisia näkökulmia, eli asioita joita kontrolloivat päätöksentekijät eikä puhdas sattuma, saadaan aikaan teorioita jotka sekä täydentävät, että menevät klassista todennäköisyysteoriaa pidemmälle. Peliteoriaa on käytetty esimerkiksi päättämässä polittisten ja taloudellisten koalitioiden rakennetta, tuotteiden ja palveluitten optimaalista hintaa, äänestäjäjoukon vaikutusvaltaa vaaleissa, valamiehistön valintaa oikeudessa, parasta paikkaa tehtaalle, ja jopa tiettyjen elämästä taistelevien lajien käyttäytymistä. Olisi hämmästyttävää jos mikään muu tieteenala kattaisi yhtä laajaa sovellusaluetta. Itse asiassa ei ole mitään yhtä tiettyä peliteoriaa, vaan on olemassa suuri joukko eri teorioita, jotka ovat sovellettavissa erityyppisiin tilanteisiin.

1.1 Klassinen peliteoria

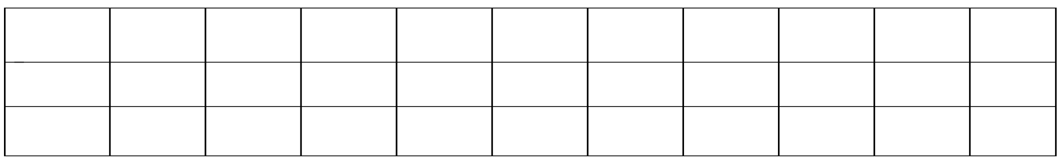
Klassinen peliteoria tutkii erilaisten strategioiden hyvyyttä yksinkertaisissa **lineaarisissa peleissä**, kuten esimerkiksi kivi-sakset-paperi-pelissä. Strategia voi olla vaikka "olen aina kivi" tai "olen paperi todennäköisyydellä A ja sakset todennäköisyydellä B" jne. Tarkoituksena on luonnollisesti löytää sellainen strategia, jolla pelin voittaa suurimmalla mahdollisella todennäköisyydellä, joka vaihtelee välillä [0 1]. Ei ole sattumaa, että peliteoriaa on alettu kehittää, sillä jonkin yleisesti pelatun rahapelin ratkaistuaan voi rikastua mukavasti!

Talmud Vaikka peliteorian matemaattiset perusteet on määritelty vasta 1900-luvulla, on peliteoreettisia ratkaisumenetelmiä käytetty jo ajanlaskumme alkuaikoina. Joskus 0-500 jkr. kehitettiin Babylonialainen lakikokoelma nimeltä Talmud palvelemaan juutalaisten lain perustana. Eräs Talmudissa oleva lakipykälä käsittelee nk. avioehtoa. Miehellä on kolme vaimoa, joiden avioehtosopimuksissa määritellään vaimoille annettava korvaussumma miehen kuollessa ennen heitä. Vaimot saavat 100, 200 ja 300 yksikköä rahaa. Jos mies kuitenkin kuolee tilanteessa, jossa hänen omaisuutensa on vain 100 kaikki saavat 33 1/3. Jos omaisuus on 300, tulee jaoksi 50,100,150. On täydellinen mysteeri, miksi 200:n tapauksessa vaimot saavat 50,75,75. Kyseinen 'Mishna' on askarruttanut Talmudialaisia oppineita kahden vuosituhannen ajan. Vuonna 1985 kuitenkin tunnustettiin, että Talmud ennakoi modernia **yhteistyö**-pelien teoriaa. Jokainen ratkaisu vastaa sopivasti määritellyn pelin **nukleodia**.

1.2 Akateeminen peliteoria

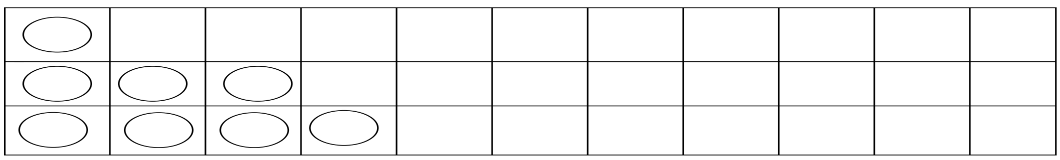
Akateemisena tieteenä peliteoria on vielä varsin nuori ala. Ensi askel kohti matemaattista peliteoriaa oli tiettävästi **NIM**-pelin ratkaisu vounna 1902 C.L.Boutonin toimesta[Fra 96], vaikka tällöin ei käytetty vielä nimitystä 'peliteoria'. NIM on kahden pelaajan rahapeli, jota pelattiin ahkerasti 1800-1900-luvun vaihteen Euroopassa. Peli koostuu seuraavista vaiheista:

I Pelin alussa pelilaudalla **i** riviä ja **j** saraketta tyhjiä ruutuja, joita kumpikin pelaaja täyttää vuorollaan kolikoilla. Pelilauta siis muodostaa **i*j**-matriisin. Tässä tapauksessa **i=3** ja **j=11**. Pelin voittaa se pelaaja, joka täyttää viimeisen vapaan ruudun.



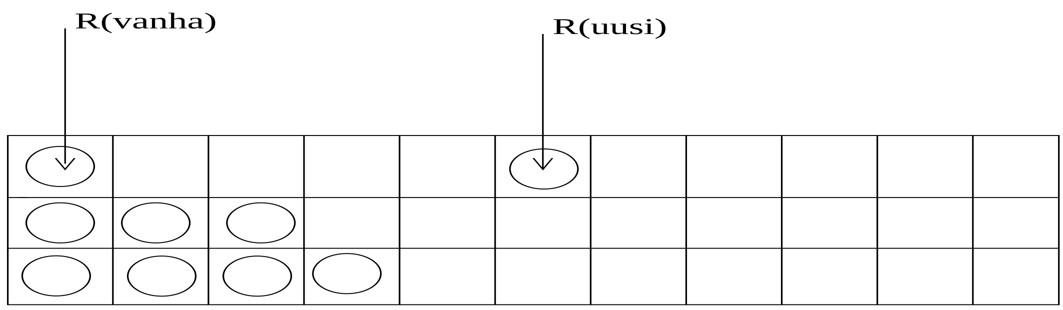
Kuva 1: tyhjä pelilauta

II Arvotaan tietty alkuasetelma, eli täytetään matriisia jonkun verran sekä päätetään kumpi pelaajista aloittaa.

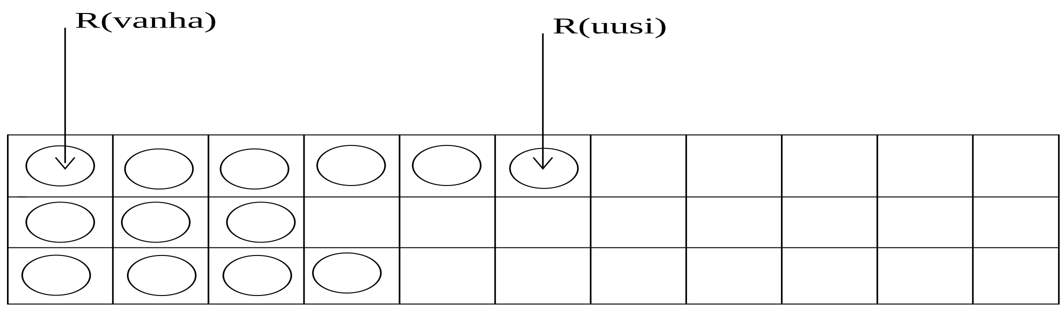


Kuva 2: arvottu alkuasetelma

III Olkoon vuoro pelaajalla **X**. **X** voi nyt laittaa kolikon mihin tahansa vapaaseen ruutuun. Olkoon **X**:n valitsema ruutu **R**(uusi), ja olkoon kyseisen rivin edellisellä kerralla valittu ruutu **R**(vanha), katso kuva 3. Nyt kaikki ruudut, jotka jäävät välille **R**(uusi)-**R**(vanha) tulee täyttää kolikoilla, katso kuva 4.



Kuva 3: ennen täyttöä



Kuva 4: täytön jälkeen

IV Vuoro vaihtuu toiselle pelajalle. Siirry kohtaan **III**.

Ratkaisu Ei ole hämmästyttävää, että Bouton ratkaisi juuri NIM:in, eikä esimerkiksi Shakkia, sillä NIM on todella yksinkertainen peli, jonka ratkaisu redusoituu nopeasti boolean-logiikkaan. Yleisesti ottaen teorian kannalta helpoimmat pelit ovat juuri ne pelit, joissa on runsaasti pelkkiä true-false-ominaisuuksia. Erityisesti **XoR**-funktio on käyttökelpoinen peliteoriassa. Allaoleva ratkaisualgoritmi ei ole lyhin mahdollinen tapa ratkaista asia, mutta selkeä.

I Laske rivien 1, 2 ja 3 vapaiden ruutujen määrät V(1), V(2), V(3) ja sijoita tulokset vastaaviin muuttujiin i=V(1), j=V(2) ja k=V(3).

II Muuta 10-järjestelmän kokonaisluvut i, j ja k binääriluvuiksi I, J ja K vastaavasti.

III Laske X=XoR(I,J,K). Huom. XoR(1,1,1)=1, XoR(1,1,0)=0 ja XoR(1,0,0)=1.

IV Laske M = max{ XoR(X,I), XoR(X,J) , XoR(X,K)}

V Oletetaan, että rivillä 1 olisi sopivat ominaisuudet, eli XoR(X,I) on suurin. Tällöin lisätään riville 1 (V(1)-XoR(J,K)) kappaletta kolikkoja.

VI Vuoro vaihtuu. Siirry vaiheeseen I.

Analyysi Jos kumpikin pelaaja käyttää optimaalista taktiikkaa, riippuu pelin lopputulos pelkästään arvotusta alkuasetelmasta, ja siitä kumpi aloittaa. Jos alkuasetelma ei ole suotuisa, on aloittajan voittotodennäköisyys 0 ja toisen pelaajan 1. Jos alkuasetelma on suotuisa, pystyy aloittaja pitämään etulyöntiasemansa koko pelin ajan ja voittotodennäköisyys on tällöin 1 ja toisen pelaajan 0.

Jos vain toinen pelaaja nuodattaa optimaalista strategiaa, tarvitsee ei-optimaalista strategiaa noudattavan pelaajan tehdä vain yksi ei-optimaalinen siirto, niin optimaalista strategiaa noudattava pelaaja voi pakottaa voiton itselleen. Entä voiko pelaaja pakottaa häviön itselleen?

Koska voidaan olettaa, että NIM-pelin ratkaisu on yleisesti tiedossa, on voittotodennäköisyys aina 1/2. Tästä syystä voitaisi NIM:in pelaamisen sijasta yhtä hyvin vaikka heittää kolikkoa. Pelin pelaaminen loppui luonnollisesti pian ratkaisun ilmestymisen jälkeen.

1.3 Peliteoreettiset lautapelit

Peliteoreettiselle tarkastelulle soveltuvat erityisen hyvin lautapelit, koska niiden analysointi on yleensä helppoa. Perinteisesti peliteorian 'kuninkuuspeli' oli shakki, kunnes Deep Blue voitti hallitsevan maailmanmestarin Garri Kasparovin vuonna 1997. Tämän jälkeen suurin mielenkiinto ja suurimmat haasteet ovat päätyneet Go-pelin(lausutaan goo) ylle, vaikkakin pelin matemaattisen analyysin katsotaan alkaneen jo 1989. Siltikin Go:n etsintäavaruus on niin suuri, että hyvien **heuristiikkojen** löytäminen on erittäin hankalaa. Parhaimmat Go-tietokoneohjelmat ovat nykyään vain auttavaa amatööritasoa, ja on sanottu, että Maapallolla on miljoona ihmistä jotka voittavat parhaimmankin Go-ohjelman. Vaikkakin suurin osa nykyään pelatuista peleista on keksitty jo kauan sitten, on uutukaisiakin olemassa. Esimerkiksi Amazon-peli keksittiin 90-luvulla ja se on saanut mittavan joukon harrastajia internetin välityksellä.

60-luvun tienoilla keksittiin enemmän pelejä, kun kyettiin analysoimaan. Useat pelit ja niiden ratkaisut olivat muunnelmia NIM-pelistä. Pelit saavuttivat vaihtelevaa suosiota, ja onkin mielenkiintoinen tehtävä keksiä peli, joka kiinnostaa suurta ihmismäärää. Kiinnostavan pelin etsintäavaruus ei saa olla liian pieni, muttei liian suurikaan. Veikkaisin, että tulevaisuudessa paino siirtyy peleille, joita tietokoneiden on vaikea voittaa. Siitä vaan pelejä keksimään!

1.4 Peliteorian tutkimus Suomessa

Jos haluaa akateemista peliteorian opetusta, ei tarvitse mennä kauas. Esimerkiksi systeemianalyysin laboratoriossa Teknillisessä korkeakoulussa on jo pitkään tutkittu peliteoriaa. Peliteoria-kursseja on siis ainakin TKK:lla systeemianalyysin laitoksella(heti syksyllä 2001) ja mm. Helsingin Yliopiston kansantaloustieteen laitoksella. Aiheesta löytyy siis Kursseja melkein jokaisesta maamme yliopistosta ja korkeakoulusta niin talousteoreettista kuin tietojenkäsittelyllistä näkökulmaa painottaen .

2 Peliteoria -Agenttien vuorovaikutusta

Tekoälyn ja hajautetun tietojenkäsittelyn yhteydessä puhutaan yhä laajemmin käsitteestä **Agentti**, joka voidaan nähdä **AI**-tekniikoiden suoritusyksikkönä. Agentit ovat erityisen käyttökelpoisia juuri peliteorian tutkimuksessa.

2.1 Agentti peliteorian tutkimuksessa

Agentti on älykäs tavoitehakuinen toimija, joka voi olla ihminen, kone tai ihmistä edustava tietokoneohjelma. Agentit tekevät itsenäisiä päätöksiä ja ovat vuorovaikutuksessa ympäristönsä kanssa. Agentti voi esimerkiksi edustaa pörssimeklaria osakemarkkinoilla ja tehdä kauppoja päämiehensä lukuun. Peliteoria on kuvannut perinteisesti ihmisten ja organisaatioiden toimintaa, mutta lähestymistapa on välttämätön myös tekoälyn ja keinoelämän tutkimusmetodina silloin, kun analysoidaan älykästä tavoitteellista toimintaa. Peliteoreettisissa tarkasteluissa tavoitehakuisuus kuvataan optimointitehtävänä siten, että agentit maksimoivat omaa tavoitefunktiotaan. Agentin saama hyöty riippuu sen omista ja toisten agenttien tekemistä päätöksistä. Tavoitteiden saavuttaminen tai erityisesti tehokkuus saattaa vaatia yhteistyötä ja toimintojen koordinointia. Koordinointi, yhteistyö ja sopimuksien tekeminen ovat keskeisiä tutkimusteemoja peliteoriassa. [Häm 96, Ros 94, Häm 92].

Toistensa reagoinnista riippuvaiset tai yhteisiä resursseja hyödyntävät agentit muodostavat yhteisön. Yhteisön toimintaa voidaan analysoida matemaattisesti tavoitehakuisten agenttien avulla tekemällä erilaisia olettamuksia niiden käyttäytymisestä, kommunikaatiotavoista ja organisatorisista kytkennöistä. [Häm 94]. Vuorovaikutusten simulointi ja matemaattinen analyysi tukevat toisiaan. Simuloimalla voidaan tutkia todellisuuden mukaisia monimutkaisia ja epälineaarisia ilmiöitä sekä vuorovaikutus-mekanismeja, joiden matemaattinen tarkastelu analyyttisessa muodossa on käytännössä mahdotonta. Toisaalta matemaattisen tarkastelun avulla voidaan monesti yleistää simuloimalla saatuja havaintoja. Keinoyhteisöjen toiminnan analyysissa halutaan tyypillisesti tietää, millä koordinointi-, reagointi- ja informaatiorakenteilla on kyseessä stabiili tai tehokkuuteen yltävä yhteisö, ja milloin taas itsensä tuhoon ajava kokoelma agentteja. Tämän työn tarkoitus on ensin kuvata agenttikonsepteja talous-, päätös- ja peliteoriassa, luoda kytkennät hajautetun tekoälyn kirjallisuuteen sekä kuvata suuntaviivoja ja esimerkkejä agenttipohjaisten markkinoiden kehitysmahdollisuuksista.

Agentilla voi olla useita tavoitteita, jotka ovat usein myös ristiriitaisia. Esimerkiksi autoa ostettaessa halutaan huippulaatuinen auto halvalla. Halvin auto ei taas ole laadultaan paras mahdollinen. Menetelmät kuvaavat agentin monitavoitteista päätöksentekoprosessia, siis vaikka sitä, miten agentti valitsee mieleisensä auton tai kuinka arvokkaaksi agentti kokee yhden ominaisuuden parantumisen. Agentin valintoja voidaan kuvata hyötyfunktiolla, joka ottaa huomioon eri tavoitteiden tärkeyden suhteessa toisiinsa.

Ryhmäpäätöksenteon tutkimuksessa halutaan löytää menetelmiä, joiden avulla ryhmä päätöksentekijöitä saisi tehtyä hyvän päätöksen. Hyvän päätöksen kriteereitä ovat mm. tehokkuus(**pareto-optimaalisuus**), oikeudenmukaisuus ja tasa-arvoisuus. Kaksi jälkimmäistä kriteeriä eivät ole täysin yksiselitteisiä.

2.2 Agentit kansantaloustieteessä

Talousteoriassa tutkitaan markkinamekanismeja [Häm 92]. Teorialla pyritään mm. selittämään kilpailevien agenttien käyttäytymistä markkinoilla. Agentit ovat näissä tarkasteluissa yleensä yrityksiä, joiden tavoitteena on maksimoida omaa voittoaan. Yritys reagoi markkinoihin päättämällä tuotantomääristään ja hinnoistaan. Sosiaalisen yhteisöagentin eli valtion tavoite voi olla ohjata verojen ja maksujen avulla yritysagentteja toimimaan kokonaisuuden kannalta optimaalisesti.

2.3 Agentit biologiassa

Peliteoria on keskeinen ja tehokas työkalu myös biologisten evolutiivisten prosessien analyysissa. Monissa biologisissa vuorovaikutussuhteissa eliöt voidaan kuvata tavoitehakuisina agentteina, joiden tekemät valinnat vaikuttavat toisiin eliöihin [Axe 84, Smi 89, Gib 92]. Biologisista ilmiöistä löytyy selviä analogioita keinotekoisten agenttiyhteisöjen käyttäytymiseen.

2.4 Agentit oikeustieteessä

Monia oikeustieteellisiä kysymyksiä voidaan ratkaista juuri simuloimalla tilanteita agenttien avulla. Kirjassa 'Game Theory and the Law' [Bai 95] on ensi kerran käytetty peliteoreettisia välineitä lain toiminnallisuuden analysointiin. Kirja on organisoitu suurten peliteoreettisten ideoiden, kuten **'vangin dilemman'** ja 'sukupuolten taiston' ympärille.

2.5 Agenttiyhteisöjen analysoiminen

Keskenään reagoivien agenttien muodostamien yhteisöjen käyttäytymisen ymmärtäminen on monen tutkimusalan peruskysymys. Hajautetun tekoälyn (DAI - Distributed Artifical Intelligence) tutkimuksessa ollaan kiinnostuneita siitä, miten yksittäinen agentti toimii yhteisössä [Bon 88, Dem 90]. Tutkimusmenetelmät perustuvat tietokonesysteemeinä toteutettujen agenttien käyttäytymisen tarkasteluun. Peliteoria tutkii analyyttisesti samoja kysymyksiä. Hajautetun tekoälyn piirissä lähdettiin alunperin tutkimaan, miten ryhmä agentteja saadaan ratkaisemaan yhteinen ongelma tehokkaasti, tai ainakin tehokkaammin kuin yksittäinen agentti. Tätä voidaan kutsua hajautetuksi ongelmanratkaisuksi. Sittemmin on kiinnostuttu täysin itsenäisten agenttien yhteistoiminnan tutkimisesta. Peliteoriaa soveltuu nimenomaan tämän tyyppiseen analyysiin.

Agenttiyhteisöjen toiminnan elementtejä ovat kommunikointi, yhteistyö, toimintojen koordinointi ja informaatiorakenteet. Yhteisön käyttäytymisessä kiinnostaa erityisesti sen tehokkuus ja stabiilisuus. Yhteisö käyttäytyy tehokkaasti, jos mikään muu käyttäytyminen ei anna agenteille parempaa tai vähintään yhtä suurta henkilökohtaista hyötyä. Yhteisön käyttäytyminen on stabiilia, jos agenttien tekemät päätökset ajavat yhteisön **tasapainoon**. Toisaalta halutaan tietää, onko joku yhteisö stabiili tai tehokas, toisaalta tavoitteena saattaa olla saada agenttiyhteisö stabiiliksi ja toimimaan tehokkaasti. Peliteoriassa on tutkittu vuorovaikutteisten käyttäytymistapojen stabiilisuutta, yhteistyön tehokkuutta ja ylläpitämistä sekä sopimusten oikeudenmukaisuutta. Agentilla voi olla useita tavoitteita, jotka voivat olla keskenään ristiriitaisia. Tavoitteiden saavuttaminen voi myös vaatia yhteistyötä toisten agenttien kanssa. Yhteistyötä vaaditaan esimerkiksi seuraavanlaisessa tilanteessa.

esimerkki

```
Huoneessa on kaksi robottia, sekä yksi sohva, yksi pöytä ja ovi.
Toisen robotin tavoite on siirtää sohva ovelle, toisen siirtää
pöytä ovelle. Sekä sohva että pöytä painavat niin paljon, että
kumpikaan robotti ei selviydy tehtävästään yksin. Tehokas rat-
kaisu on, että robotit auttavat toisiaan.
```

Robotit eivät siis saavuta tavoitteitaan ilman yhteistyötä ja toimintojen koordinointia. Ratkaisun löytäminen vaatii myös jonkinasteista kommunikointia. Tilanne mutkistuu, jos robotit voisivat liikuttaa esineitä yksin esimerkiksi vain tietyllä nopeudella. Ratkaisu tämäntyyppisiin ongelmiin on yleensä **lineaarinen ohjelmointi**.

Kommunikointia mallinnetaan peliteoriassa esimerkiksi kannustinstrategioilla. Kannustinstrategiat ovat ilmoituksia omasta käyttäytymisestä ehdollistettuna toisten käyttäytymiseen. Edellisessä robottiesimerkissä toisen robotin ilmoitus: "Jos sinä autat minua pöydän siirtämisessä, niin minä autan sinua sohvan kantamisessa", on kannustinstrategia. Kannustinstrategiat vaikuttavat suoraan agentin optimointitehtävään ja sitä kautta päätöksentekoon [Häm 92, Häm 94].

Esimerkki peliteorian soveltamisalasta - päätöksiä tekevät koneet

Tietokoneohjelmat avustavat ihmistä monissa työläissä tehtävissä ja tekevät jopa päätöksiä ihmisen puolesta. Esimerkiksi pörssimeklarit voivat käyttää ohjelmia, jotka ostavat ja myyvät osakkeita päämiehensä lukuun. Nämä tietokoneohjelmat ovat eräänlaisia meklareiden agentteja. Ohjelmat tarkkailevat osakkeiden kursseja, ja niille annetaan ohjeet siitä, milloin tulee ostaa ja milloin myydä. Markkinoilla voi toimia useita eri pörssimeklareiden agentteja.

Yksinkertaisimmillaan koneet tekevät päätöksensä vain osakekurssien perusteella. Tällainen yksinkertainen toiminta ei ole välttämättä tehokasta ja voi pahimmassa tapauksessa aiheuttaa jopa pörssiromahduksen. Jos agentti haistaa kurssien laskua, se alkaa myydä osakkeita. Kun sadat agentit toimivat samalla tavalla, ne kiihdyttävät myymistä kurssien yhä laskiessa. Lopulta kurssit romahtavat täydellisesti. Agentit olisivat täten aiheuttaneet toiminnallaan vahinkoa päämiehilleen, vaikka se tuskin oli kenenkään alkuperäinen tarkoitus.

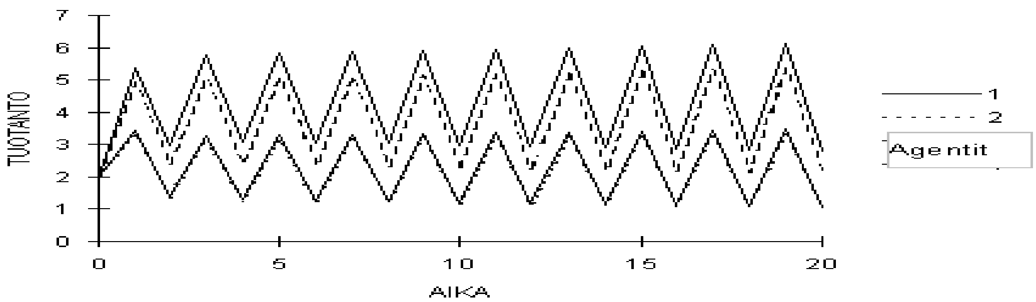
Pörssiesimerkki osoittaa, miten keinotekoisten agenttiyhteisöjen käyttäytymistä ei välttämättä hallitakaan. Esimerkki osoittaa myös, että tämän kaltaisten ilmiöiden tutkiminen on tärkeää. Koneet voivat päättää nykyään itsenäisesti myös puheluiden reitityksestä ja sähkönjakeluverkon kuormituksesta. Jos samalla alalla toimivat koneet eivät pysty yhteistyöhön ja toimintojen koordinointiin, ne toimivat tehottomasti ja niiden päätöksistä riippuvat ihmiset kärsivät. Esimerkiksi eri puhelinyhtiöiden koneiden tulisi kyetä sopimaan resurssien jakamisesta, jotta puhelinverkkojen kapasiteetti saataisiin hyödynnettyä maksimaalisesti [Ros 94]. Pitää kuitenkin muistaa, että agenttien kommunikoinnissa on myös vaaransa älykkäiden järjestelmien yhä kehittyessä.

Rosenschein ja Zlotkin [Ros 94] ovat kuvanneet peliteorian keinoin, miten päätöksiä tekevät koneet voisivat tehdä sopimuksia, jotka johtavat tehokkaaseen käyttäytymiseen. He tarkastelevat eri tahojen ohjelmoimia systeemeitä, joilla on eri tavoitteita ja jotka toimivat eri päämiesten lukuun. Ratkaisuksi he esittävät yhteisesti valittuja sääntöjä, joita koneet noudattavat päästäkseen sopimukseen.

2.6 Agenttiyhteisöjen simulointi

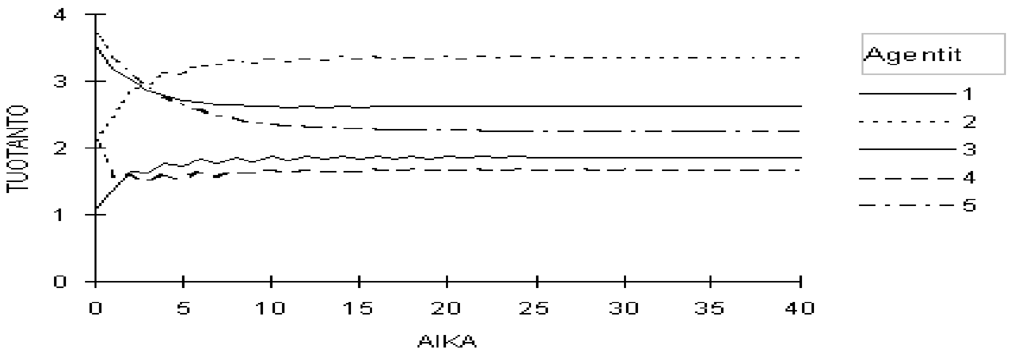
Hajautetun tekoälyn puolella kehitetyt mallinnusmenetelmät ja peliteorian matemaattinen tapa kuvata agentteja tukevat toisiaan. Agenttiyhteisöjen toiminnan analyysissa halutaan tyypillisesti tietää, millä koordinointi-, reagointi- ja informaatiorakenteilla yhteisö on stabiili ja tehokas, ja milloin taas itsensä tuhoon ajava kokoelma agentteja. Verkama, Hämäläinen ja Ehtamo [Häm 92, Häm 94] ovat simuloineet yksinkertaisia markkinoita ja tutkineet niiden stabiilisuutta erilaisilla agenttien reaktioilla markkinoihin. Talousteoriassa on esitetty, että yritykset vastaavat markkinatilanteeseen asettamalla tuotantonsa tasolle, joka maksimoi senhetkisen voiton. Tällaiset reaktiot johtavat helposti markkinoiden epävakauteen. Simuloinneilla on löydetty **reaktiorakenteita**, joilla taataan markkinoille parempi stabiilisuus.

Kuvassa 5 esimerkiksi syntyy vuoroittain optimoivilla tuotantoagenteilla oskilloivat



Kuva 5: Epävakaat markkinat

markkinat. Kuitenkin voidaan havaita, että markkinat stabiloituvat esimerkiksi, kun agenttien reaktiot oletetaan varovaisiksi ts. silloin, kun agentit eivät toteuta aivan optimaalista reaktiota, vaan hieman vaimennetun (kuva 6).



Kuva 6: Vakaat markkinat

Tämä hyvin yksinkertainen esimerkki osoittaa myös, että johtopäätösten teko reaktiivisten agenttien yhteisöistä on oltava hyvin varovaista. Pienetkin muutokset oletuksissa saattavat tuottaa merkittäviä muutoksia yhteisötasolla. Sähkömarkkinoita tutkitaan niin tekoälyn kuin peliteorian piirissä.

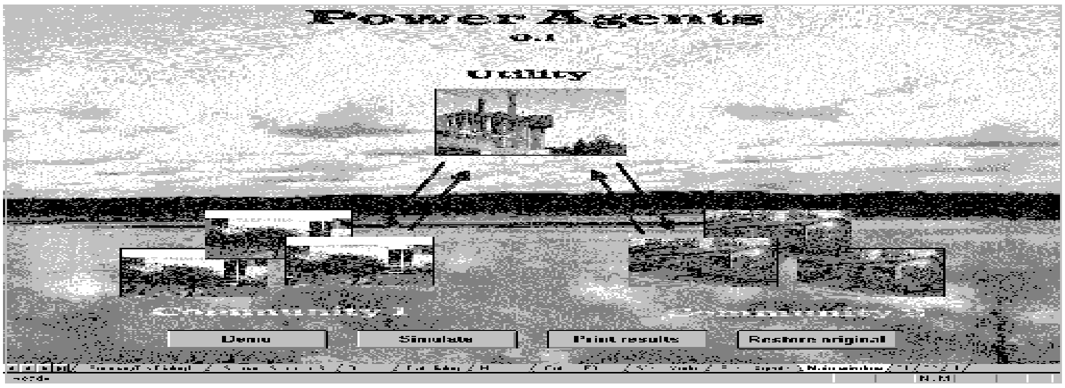
2.7 Agentit sähkönjakelussa

Sähkölaitos haluaisi sähkön hintaa muuttamalla vaikuttaa sähkölämmitettyjen talojen kulutukseen siten, että kulutushuiput tasaantuvat. Seuraava vaihe on tehdä markkinoista automaattiset.

Esimerkki: Automaattiset sähkömarkkinat

`Kuluttajilla on kotona tietokoneagentti, joka ottaa vastaan sähkölaitoksen tietokoneen lähettämiä hintasignaaleja. Kuluttaja on kertonut omalle koneellensa preferenssisuhteen sisälämmön ja sähkön hinnan suhteen, siis kuinka paljon on valmis maksamaan tietyn lämpötilan ylläpitämisestä ja rajat, joissa lämpötila saa vaihdella kunakin vuorokauden tuntina. Tietokone säätää sähkölaitokselta saamansa tunneittain vaihtelevan hintatiedon ja kuluttajan antamien ohjeiden mukaan talon lämpötilaa.`

TKK:n systeemianalyysin laboratoriossa on kehitetty sovellus, jolla voidaan simuloida edellä kuvatun kaltaisia sähkömarkkinoita[Häm 95]. Power Agents ohjelmistolla sekä sähkölaitos että kuluttaja voivat kokeilla, miten toinen osapuoli reagoi erilaisiin signaaleihin -sähkölaitoksen hintasignaaleihin ja kuluttajan sähkönkulutussignaaleihin.



Kuva 7: Power Agents-ohjelmisto

2.8 Yhteenveto

Monen tieteenalan peruskysymys on ymmärtää keskenään reagoivien agenttien käyttäytymistä. Kiinnostus vaihtelee pienien osa-alueitten tutkimuksesta suurten kokonaisuuksien hallintaan. Osa-alueita ovat mm. tekoälytutkimus, jonka tavoitteena on toteuttaa tietokoneella älykkäästi toimivia agentteja, ja päätösteoria, joka tutkii yhden yksilön päätöksentekoa. Ryhmäpäätöksenteon teoria paneutuu kysymykseen, mitä ovat ryhmän kannalta hyvät päätökset ja miten niitä saavutetaan. Talousteoria ja hajautetun tekoälyn tutkimus hakevat vastauksia laajempiin kysymyksiin. Talousteoriassa etsitään malleja, jotka kuvaavat markkinoiden ja kansantalouksien toimintaa. Hajautetun tekoälyn alaan kuuluvat keinotekoiset agenttiyhteisöt. Yhteiskuntatieteet tutkivat ihmisyhteisöjen käyttäytymistä. Monet biologiset ilmiöt, kuten kasvilajien kilpailu, sisältävät myös samankaltaista problematiikkaa [Axe 84, Smi 89, Gib 92]. Peliteoria tarjoaa matemaattisen formalismin, joka soveltuu reaktiivisten agenttien yhteisöihin liittyvien ilmiöiden mallintamiseen.

Ihminen luo nykyisellä tietotekniikalla yhä monimutkaisempia systeemeitä, joiden käyttäytymisen ymmärtäminen vaatii uutta tutkimusta. Perinteisen peliteoreettisen analyysin rinnalla laskennallinen tutkimusmenetelmä on tehokas, kun ilmiöt ovat monimutkaisia. Kun simulointimallit perustuvat agenttien kuvaamiseen peliteorian formalismilla, ovat sovellutuskohteet paljon kiinnostavampia ja tulokset yleisempiä kuin perinteisessä sääntöpohjaisessa analyysissa tai simuloinneissa.

3 Viimeisin kehitys

Peliteoria on todellakin yksi tämän päivän kuumimmista tutkimusaiheista tekoälyssä Bayes/Markov-asioiden ohella. Kirjassa Uncertainty in AI, Proceedings of the Sixteenth Conference(2000), on käsitelty monissa artikkeleissa peliteoreettisia asioita. Esitän tässä kolmen artikkelin sisällön pääpiirteittäin.

3.1 Nopea suunnittelu stokastisissa peleissä

Artikkelissa 'Fast Planning in Stochastic Games', Michael Kearns, Yishau Mansour ja Satinder Singh esittelevät algoritmin, joka laskee lähes-Nash-tasapainon laajoissa tai äärettömissä tila-avaruuksissa. Aluksi he antavat yleistyksen rajoitetun horisontin(finite-horizon) arvo-iteraatiolle, joka laskee laskee Nash-strategian jokaiselle pelaajalle yleis-summaisissa(genaral-sum) **stokastisissa** peleissä. He osoittavat myös vastaesimerkin avulla, että rajoittamattoman horisontin(infinite-horizon) korotettu arvo-iteraatio, jonka Shapley osoitti konvergoituvan **nolla-summa**-tapauksissa, ei konvergoidu **yleis-summa**-tapauksissa. Samaiset henkilöt tuottivat myös toisen artikkelin: 'Nash Convergence of Gradient Gradient Dynamics in General-sum Games'.

3.2 Peliverkot, G nets

Artikkelissa 'Game Networks', Pierfrancesco la Mura tarkastelee peliverkkoja multiagentti-systeemien päätösongelmana. Verrattuna muihin peliteoreetisiin esityksiin, G-verkot ovat rakenteellisempia ja kompaktimpia. G-verkot tarjoavat laskennallisesti edistyksellisen kehyksen agenttien strategiselle inferenssille. Sekä todennäköisyys-, että utiliteetti-riippuvuudet on mallinnettu verkkojen rakenteeseen ja niitä voi käyttää yksinkertaistamaan inferenssiprosessia.

3.3 Yhteistyön oppiminen toimintatapa-etsinnällä

Artikkelissa 'Learning to Cooperate via Policy Search' Leonid Peshkin, Kee-Eung Kim, Nicolas Meuleau ja Leslie Pack Kaelbling kertovat, että toimintatapa-etsintä(Policy search) on hyvä vaihtoehto arvo-etsinnälle (value-search), kuten Q-oppimisen varianteille. Arvo-etsintä toimii ainoastaan, kun peliavaruus on täydellisesti kaikkien palaaja-agenttien tiedossa. toimintatapa-etsintä toimii myös, kun peli-avaruus on vain osittain tiedossa. He esittelevät gradientti-tyyppisen toimintatapa-etsintä-metodin yhteistyöpeleille ja vertaavat sen tuottamaa ratkaisua Nash-tasapainon tuottamaan ratkaisuun. He demonstroivat metodin tehokkuutta kokeellisesti pienessä, osittain tiedossa olevassa, simuloidussa jalkapallo-tyyppisessä pelissä.

4 Liitteet

4.1 Liite I: Viitteet

Axe 84 R. Axelrod, The Evolution of Co-operation, Basic Books, Inc., New York, 1984.

Bai 95 Game Theory and the Law, Douglas G. Baird, Robert H. Gertner ja Randal C. Picker. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Bon 88 A. H. Bond L. Gasser, eds., Readings in Distributed Artificial Intelligence, Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, CA, 1988.

Dem 90 Y. Demazeau J.-P. Müller, eds., Decentralized A.I., Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1990.

Fra 96 Games of No Chance, MSRI Publications-Volume 29, Combinatorial Games: Selected Bibliography with a Succinct Gourmet Introduction, pp.493-537, Aviezri Fraenkel

Gibb 92 M. Mesterton-Gibbons, An Introduction to Game-Theoretic Modelling, Addison-Wesley, Redwood City, CA, 1992.

Häm 92 M. Verkama, R. P. Hämäläinen H. Ehtamo, "Multi-Agent Interaction Processes: From Oligopoly Theory to Decentralized Artifical Intelligence", Group Decision and Negotiation, 2, 137-159, 1992.

Häm 94 M. Verkama, R. P. Hämäläinen H. Ehtamo, "Modeling and Computational Analysis of Reactive Behavior in Organizations" in: K. M. Carley and M. J. Prietula, eds., Computational Organization Theory, 161-177. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, 1994.

Häm 95 Keinoelämä -Artificial Life: Tekniikkaa, luonnontiedettä, filosofiaa ja-taidetta, Symposio 12.5.1995, Helsinki, Suomen Tekoälyseuran julkaisu, sivut 181-187, Raimo P. Hämäläinen, Eero Kettunen, Markku Verkama.

Häm 95 R. P. Hämäläinen J. Parantainen, "Load Analysis by an Artificial Agent-Based Simulation of the Electricity Distribution System", to appear in the Proceedings of the IFAC Symposium on Control of Power Plants and Power Systems, SIPOWER '95, Cancun Mexico, December 4-6, 1995.

Häm 96 H. Ehtamo, M. Verkama R. P. Hämäläinen, "On Distributed Computation of Pareto Solutions for Two Decision Makers", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, to appear.

King 95 History of Game Theory, Homepage of William King. <http://william-king.www.drexel.edu/top/class/histf.htmlAT>

Pant 97 Intelligent Adversary Search, Patrick Pantel 1997.

Pre 00 On the Equilibrium Concept for Overlapping Generations Organizations, Federal Reserve Bank of Minneapolis, Research Department Staff Report 282, Edward C. Prescott Jose-Victor Rios-Rull.

Rap 66 Two-person game theory, The University Of Michigan Press, The University of Michigan, Anatol Rapoport, 1966.

Ros 94 J. S. Rosenschein G. Zlotkin, Rules of Encounter, The MIT P ress, Cambridge, MA, 1994

Smi 89 J. Maynard Smith, Evolution and the Theory of Games, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1989.

Woo 95 M. Wooldridge N. R. Jennings, eds., Intelligent Agents, Springer-Verlag, Berlin, 1995.

4.2 Liite II: virstanpylväitä peliteorian historiassa

0-500AD Talmud, määritteli eri vaimoille maksettavan korvauksen miehen kuolleessa näiden varallisuuden ja 'ostohinnan' perusteella.

1713 James Waldegrave esittelee ensimmäisen kerran minimax strategian.

1838 Augustin Cournotin rajoitettu versio **Nash**-tasapainosta.

1881 Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences, Francis Ysidro Edgeworth. Edgeworth ehdotti **sopimuskäyrää** ratkaisuna kahden yksilön välillä käytävään kauppaan. Myöhemmin ilmestyvä käsite **Core** on yleistys Edgeworthin contract curvelle.

1902 C.L.Boutonin NIM-ratkaisu

1913 E.Zermelo ehdottaa ensimmäisenä, että shakissa on vain yksi rationaalinen strategia. Nykyisin on ollut esillä ajatuksia, joiden mukaan aloittaja, eli valkoinen voisi pakottaa voiton, tai vähintään tasapelin, noudattamalla optimaalista strategiaa. Musta voisi vastaavasti pakottaa tasapelin.

1921-27 Emile Borel julkaise "four notesin" strategisista peleistä. Hän antoi ensimmäisen modernin formulaation "mixed startegystä" ja löysi **MiniMax**-ratkaisun kahden henkilön peleille kolmella tai viidellä mahdollisella strategialla. Hän otaksui ensin, että useamman strategian peleillä ei olisi MiniMax-ratkaisja, mutta jätti kysymyksen lopulta avoimeksi vuonna 1927.

1930 John von Neumann todisti MiniMax-teoreeman oikeelliseksi. Neumann antoi myös pelin laajemman määritelmän.

1930-luku R.Sprague ja P.M.Grundy kehittivät toisistaan riippumatta konsistentin teorian kaikille /bf Osallistujien peleille. R.K.Guy ja C.A.B.Smith laajensivat ja tarkensivat tätä myöhemmin. J.H.Conway kehitti sittemmin teorian /bf partisaani-peleille 70-luvulla, mikä oli suuri harppaus eteenpäin.

1938 Villen ensimmäinen, mutta vieläkin osittain topologinen todistus **minimax**-teoreemalle.

1944 John von Neumann ja Oskar Morgenstern julkaisevat "Theory of Games and Economic Behavior". He myös laajentavat kahden pelaaja nolla-summa teorian. Kirja antaa ensisilmäyksen **yhteistyöpeleihin**. Aksiomaattinen utiliteettiteoria, joka on levinnyt laajalti talouden piiriin, sai alkunsa tästä teoksesta.

1950 Contributions to the Theory of Games I, H. W. Kuhn and A. W. Tucker julkaistaan.

1950 Melvin Dresher ja Merrill Flood julkaisevat, Rand Corporationsilla, **yhteistyöpeleihin** liittyvän kokeilun, joka esittelee pelin, joka tunnetaan nykyään nimellä "/bf vangin ongelma", "Prisoner's Dilemma".

1950-53 John Nash laittoi alulle **yhteistyöttömien** pelien teorian ja **bargaining** teorian teoksilla 'Equilibrium Points in N- Person Games' 1950 ja 'Non-cooperative Games', 1951. Nash todisti myös strategisen **tasapainon** olemassaolon yhteistyöttömille peleille ja tutki ja toteutti ensimmäisen kerran Nash-tasapainoa käyttävän ohjelman.

1951 George W. Brown kuvasi yksinkertaiset iteratiiviset metodit teoksessa 'for approximating solutions of discrete zero-sum games'.

1952 Ensimmäinen peliteorian oppikirja ilmestyi: 'Introduction to the Theory of Games', John Charles C. McKinsey.

1952 Ford-Säätiö ja Michiganin yliopisto sponsoroivat seminaarin "Design of Experiments in Decision Processes" Santa Monicassa. Tämä oli ensimmäinen kauppatieteiden/kokeellisen peliteorian konferenssi.

1952-53 D.B. Gillies esitti **Corea** yleiseksi ratkaisukonseptiksi **koalitionaalisille** peleille.

1953 A Value for N-PersonGames, Lloyd Shapley. Ratkaisukonsepti jokaiselle pelille, jossa voi muodostaa koalitioita. Ratkaisu tunnetaan nimellä **Shapleyn arvo**.

1953 Stochastic Games. Lloyd Shapley näytti, että stokastiset pelit ovat ennelta määritettyjä ja että niille on kaikilla olemassa optimaalinen strategia, joka riippuu vain pelattavasta pelistä.

1953 Extensive Games and the Problem of Information, H. W. Kuhn. **laajennettavat pelit** sallivat muotoilijan spesifioivan tarkan järjestyksen sille, miten pelaajien tulee tahdä päätöksensä ja sallivat muotoilijan myös formuloivan oletukset pelaajien omaavasta informaatiosta kaikissa pelin vaiheissa. Tutkimusraportti sisältää tänäkin päivänä käytetyn laajennettavien pelien formulaation sekä joitain kyseisen pelityypin perus-teoreemoja.

1953 Contributions to the Theory of Games II, H. W. Kuhn and A. W. Tucker eds. julkaistiin.

1954 A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System, L.S. Shapley and M. Shubik. Yksi varhaisimpia peliteorian sovelluksia poliittisiin tieteisiin. He käyttävät **Shapleyn arvoa** päättelemään YK:n turvallisuusneuvoston jäsenten vallan.

1954-55 **Differentiaaliset pelit** kehitettiin Rufus Isaacin toimesta varhaisella 50-luvulla. Ne juontuivat sotillaalisten pelien ratkaisuongelmasta.

1955 Theory of Games as a Tool for the Moral Philosopher, R.H.Baithwaite. Ensimmäisiä peliteorian käyttöjä filosofiassa.

1957 Games and Decisions: Introduction and Critical Survey, Robert Duncan Luce ja Howard Raiffa julkaistiin.

1957 Contributions to the Theory of Games III, M. A.Dresher, A. W. Tucker ja P. Wolfe julkaistiin.

1959 Acceptable Points in General Cooperative N-Person Games, R. J. Aumann. Vahvan **tasapainos** periaate tuli esille.

1959 Contributions to the Theory of Games IV, A. W.Tucker and R. D. Luce julkaistiin.

1959 Strategy and Market Structure: Competition, Oligopoly, and the Theory of Games, Martin Shubik. Ensimmäisiä julkaisuja, joissa käsiteltiin eksplisiittisesti **yhteistyötön**-tyyppistä lähestymistapaa peliteoriaan. Sisältää myös varhaisen viitteen **Folk-Teoreemaan**.

1960 Von Neumann and Morgenstern Solutions to Cooperative Games Without Side Payments, Aumann ja Peleg. **NTU** (non-transferable utility)-pelit tekivät peliteoriasta helpommin ilmennettävän.

1960 The Strategy of Conflict, Thomas C. Schelling. Käsite '**focal point**' esiteltiin.

1961 Evolution and the Theory of Games, R. C. Lewontin. Ensimmäinen evolutionaarisen biologian eksplisiittinen peliteoreettinen sovellus.

1962 Incentives, Decentralized Control, the Assignment of Joint Costs and Internal Pricing, Martin Shubik. Ensimmäisiä 'Cost Allocation'-julkaisuja.

1962 Game Theory to Some Problems in Automobile Insurance, Karl Borch. Varhainen julkaisu peliteorian käytöstä vakuutusasioissa.

1963 A Limit Theorem on the Core of an Economy, G. Debreu ja H. Scarf. He yleistivät Edgeworthin teoreeman, **NTU**-pelien kontekstissa, sallien mielivaltaisen tavaroiden joukon ja mielivaltaisen mutta äärellisen kaupankäyjätyyppien määrän.

1964 Markets with a Continuum of Traders, Robert J. Aumann vei Edgeworthin teoreemaa pidemmälle olettaen, että kaupankäyjä-agentit muodostavat (ei-atomisen) jatkumon.

1964 The Bargaining Set for Cooperative Games, R. J.Aumann and M.Maschler. **Bargaining Set**:in idea esiteltiin.

1965 **Differential Games**: A Mathematical Theory with Applications to Warfare and Pursuit, Control and Optimization, Rufus Isaac.

1965 Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodellsmit Nachfragetraegheit, R.Selten. Selten esitteli idean **Nash-tasapainon** hienonnuksesta täydellisen **tasapainon** (subgame, alipeli) käsitteen avulla.

1965 The Kernel of a Cooperative Game, M. Davis and M. Maschler. **Kernel**:in idea esille.

1966 Game-Theoretic Aspects of Gradual Disarmament, R. J.Aumann and M.Maschler. Idea äärettömästi **toistuvista** epätäydellisen informaation peleistä esille.

1966 A General Theory of Rational Behavior in GameSituations, John Harsanyi. Harsanyi antoi useiten käytetyn määritelmän erottamaan **yhteistyöpelit** ja **yhteistyöttömät pelit**.

1967 Balanced Sets and Cores, Lloyd Shapley. Shapey näytti, riippumattomasti O.N. Bondarevasta, että TU-pelien(katso **NTU**) **core** on epätyhjä jos ja vain jos se on **tasapainossa**.

1967-68 Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players, Parts I, II ja III, John Harsanyi. Harsanyi konstruoi **epätäydellisen informaation pelien** teorian. Tämä on informaatio-ekonomian, josta on tullut yksi peliteorian ja taloustieteiden päähaara, teoreettinen perusta.

1968 A Game with no Solution, William Lucas. Pitkään vireillä ollut kysymys:'Onko **tasapainoinen** joukko aina olemassa?' sai negatiivisen vastauksen.

1969 The Nucleolus of a Characteristic Game, David Schmeidler. Käsite 'karakteristisen pelin nukleodi' esille. Nukleodi on aina olemassa, se on yksikäsitteinen, **kernelin** osa ja on aina osa epätyhjää **corea**.

1972 International Journal of Game Theory perustettiin Oskar Morgensternin toimesta.

1972 Game Theory and The Evolution of Fighting, John Maynard Smith. Evolutionatily Stable Strategy(ESS) esille. Käytetään yhä lisääntyvässä määrin taloustieteissä ja biologiassa.

1973 Games with Randomly Disturbed Payoffs: A New Rationale for Mixed Strategy Equilibrium Points, John Harsanyi. Harsanayn mukaan kukaan ei tee random-siirtoja. Ne johtuvat siitä, että pelaaja ei tiedä parasta mahdollista siirtoa.

1974 Values of Non-Atomic Games, R. J. Aumann ja L. S. Shapley. Arvoja laajoille **atomittomille** peleille.

1974 Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies, R. J. Aumann. Aumann toi esiin korreloidun tasapainon(correlated equilibrium) käsitteen.

1975 Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games, Reinhard Selten. Tärisevän käden täydellinen tasapaino (trembling hand perfect equilibria) esille. Tämä tutkimus oli todellinen katalyytti 'uudistus/hienonnus-teollisuudelle'(refinement industry) joka on kehittynyt **Nash-tasapainon** ympärille.

1975 Other Solutions to Nash's Bargaining Problem, E. Kalai ja M. Smorodinsky. He poistavat **Nash-tasapainon** riippumattomuuden 'epärelevantit vaihtoehdot'-aksioomasta monotonisuusaksiooman (monotonicity axiom) avulla.

1976 Agreeing to Disagree, Robert Aumann. Tapahtuma on yleistä tietoa agenttiperheen kesken, jos kaikki tietävät sen, kaikki tietävät että kaikki tietävät sen jne. ad infinitum. Filosofi D. K. Lewis esitti tämän jo myöhäisellä 60-luvulla, mutta taloustieteilijät tiedostivat sen täysin vasta tämän raportin myötä.

1977 Aircraft Landing Fees:A Game Theory Approach, S. C. Littlechild ja G. F. Thompson. Ensimmäisiä **nukleodin** sovelluksia allokointiin. He käyttivät nukleodia, **corea** ja **Shapleyn arvoa** laskeakseen tehokkaat laskeutumis -ja lähtömaksut Birninghamin lentokentälle.

1981 Some Problems with the Concept of Perfect Equilibria, Elon Kohlberg. Kohlberg esitteli 'eteenpäin induktion'(forward induction) käsitteen.

1981 Survey of Repeated Games, R. J. Aumann. Ensimmäinen ehdotus automaation käytöstä pelaajan ominaisuuksien kuvaamiseen **toistuvassa pelissä**. Toinen artikkelin idea oli tutkia rajoitettujen pelaajien interaktiivista käyttäytymistä tutkimalla peliä, jossa on sopivasti rajoitettu strategioiden joukko. Nämä ideat ovat olleet siemen yhä kasvavalle ja jo nyt laajalle kirjallisuusalalle.

1982 Sequential Equilibria, David M. Kreps and Robert Wilson. He laajensivat **alipelin** täydellisen **tasapainon** idean **laajennettaviin** (extensive form) alipeleihin, jotka alkavat epätäydellistä informaatiota sisältävillä informaatiojoukoilla.

1982 Evolution and the Theory of Games julkaistiin John Maynard Smithin toimesta.

1984 Rationalizable Strategic Behavior, B. D. Bernheim ja Rationalizable Strategic Behavior and the Problem of Perfection D. G. Pearce. Artikkelit esittelivät **rationalisoituvuuden**(rationalizability) käsitteen.

1984 The Evolution of Cooperation julkaistiin Robert Axelrodin toimesta.

1985 Formulation of Bayesian Analysis for Games with Incomplete Information, J.-F.Mertens ja S.Zamir. Onko Bayesilaiselle pelille mahdollista konstruoida tilanne, jossa ei ole tarpeeksi laajoja joukkoja sisältämään kaikkea eri pelaajille kuuluvaa yksityistä(ja pakollista) tietoa? Mertensin ja Zamirin mukaan tämä ei ole mahdollista, mikä oli varmasti suuri helpotus Bayesuskovaisille.

1985-86 Bounded Complexity Justifies Cooperation in the Finitely Repeated Prisoner's Dilemma, A. Neyman ja Finite Automata Play the Repeated Prisoner's Dilemma, A.Rubinstein. Seuraten Aumannia, automaattiteoriaa(theory of automata) käytetään nyt rajoitetun rationalisuuden(bounded rationality) formuloimiseen toistettevissa peleissä.

1988 A General Theory of Equilibrium Selection in Games, John C.Harsanyi and Reinhard Selten. Ensimmäinen yleinen teoria siitä, miten valitaan yksi sopiva tasapainopiste mille tahansa **yhteistyö-pelille** tai **yhteistyöttömälle** pelille.

1988 The Bayesian Foundations of Solution Concepts of Games, Tan ja Werlang. Ensimmäisiä formaaleja keskusteluja pelaajan tiedoista, jotka ovat 'kätkettyinä' käsitteiden: **Nash-tasapaino** ja **rationalisoituvuus** taakse.

1988 A Theory of Learning, Experimentation and Equilibria, Drew Fudenberg and David Kreps. Eräs **Nash-tasapainon** tulkinta: Ajatellaan sitä opittuna ja hyväksyttynä käyttäytymismallina, joka määrää useiden agenttien keskinäisen interaktion samankaltaisten tilanteiden toistuessa.

1989 Games and Economic Behavior -niminen sanomalehti perustetaan.

1990 A Course in Microeconomic Theory, David M. Krep. Ensimmäinen graduate-tason mikrotaloutta käsittelevä oppikirja, joka integroi peliteorian täysin makrotaloudelliseen materiaaliin.

1991 Tutkimusraportti: Perfect Bayesian Equilibrium and Sequential Equilibrium, D.Fudenberg ja J. Tirole. Varhaista keskustelua täydellisestä Bayesilaisesta tasapainosta.

1992 Handbook of Game Theory with Economic Applications julkaistiin.

1994 Game Theory and the Law, Douglas G. Baird, Robert H. Gertner ja Randal C. Picker on ensimmäisiä laki/taloustiede-kirjoja missä on otettu suora peliteoreettinen näkökulma aiheeseen.

1994 John Nash, John C. Harsanyi ja Reinhard Selten saivat taloudellisten tieteiden Nobel-palkinnon työstään peliteorian parissa.

4.3 Liite III: Peliteoreettisten Termien selityksiä

AI Artificial Intelligence. Katso kohta 'Tekoäly'.

Agentti Termiä agentti käytetään eri aloilla kuvaamaan eri tehtävissä olevia toimijoita, olivatpa ne ihmisiä tai loogisia tietokoneohjelmia. Tyypillisesti agentti on itsenäinen tavoitehakuinen toimija, joka on vuorovaikutuksessa ympäristönsä kanssa(kuten ihmnen). Agentti tekee päätöksiä, jotka vaikuttavat ympäristöön. Ympäristön tila taas vaikuttaa agentin tekemiin päätöksiin. **Tekoälyn** (AI - Artifical Intelligence) kirjallisuudessa agentti on määritelty sekä heikossa että vahvemmassa merkityksessä. Heikossa merkityksessä agentti on tietokonesysteemi, joka on autonominen, kommunikoiva, reaktiivinen, tavoitehakuinen ja aloitekykyinen. Autonomisuus tarkoittaa, että agentilla ei ole suoraa käskijää ja että se kontrolloi itseään (Tästä asiasta on kiistelty paljon, ja monien mielestä agentilla ja oliolla ei ole mitään eroa).

Vahvemmassa merkityksessä agentti on edellisten ominaisuuksien lisäksi toteutettu käsitteiden avulla, jotka liitetään yleensä ihmisiin. Tällaisia käsitteitä ovat esimerkiksi tieto, uskomus, aikomus ja velvollisuus [Woo 95] . Tekoälyn yhteydessä määritellyt agentin heikot ominaisuudet ovat tyypilliset agentin ominaisuudet myös talousteoriassa, päätösteoriassa ja peliteoriassa. Tavat, joilla näitä ominaisuuksia kuvataan, ovat kuitenkin erilaisia. **Operaatiotutkimuksen** päätösteorioissa mallinnetaan valintaa yhteismitattomien kriteerien suhteen.

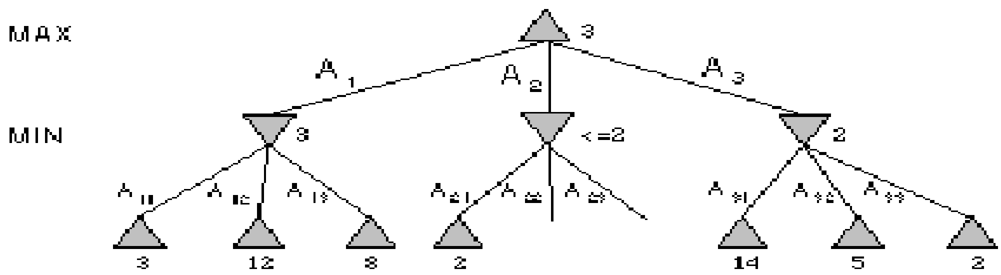
Alipeli, Subgame Jokaisella pelillä voi ajatella olevan ali-pelejä. Esimerkiksi shakissa voi olla käynnissä samaan aikaan monia eri kiistatilanteita, joilla ei ole välitöntä yhteyttä toisiinsa. Go-pelin loppupelien tilanteita on kuvattu usein erillisiksi ali-peleiksi.

Assignment games Luonnollinen ostaja-myyjä-tilanne on esimerkki kaksipuolista assignment-pelistä. Ostaja tavallaan 'valtuuttaa' myyjän myymään itselleen jotakin tuotetta. Myyja vastaaavasti valtuuttaa ostajan ostamaan tuotetta itseltään. Pelin osapuolille siis liitetään tietyt suhteet toisiinsa nähden. Ostaja-myyjä-verottaja on esimerkki kolmipuolisesta assignment-pelistä.

Atominen peli, Atomic game Peli, jossa yksittäisen pelaajan strategialla on oleellinen merkitys pelin lopputulokseen.

Alfa-Beta karsinta, Alpha-Beta pruning Perustuu MiniMax-algoritmiin ja on selkeästi suosituin/yleisin älykäs peliteoreettinen algoritmi, jossa ei häviä yhtään informaatiota. Algoritmin idea on: 'Jos tiedät, että ratkaisu on todella huono, niin älä käytä aikaa selvittämään kuinka huono se on'. Toisin sanoen ne puun solmut, joita Alpha-Beta-algoritmi ei laajenna eivät vaikuta mitenkään puun juuren MiniMax-arvoon [Pant 97]. Alpha-Beta laajentaa noin $b^{d/2}$ solmua, missä b on haarautumisaste ja d on etsinnän syvyys, kun normaalisti laajennettaisiin b^d solmua.

Atomiton peli, Non-Atomic Game Yksittäisen pelaajan strategialle ei ole suurta merkitystä pelin lopputuloksen kannalta. Yleensä hyvin laaja peli, jossa kaikki pelaajat ovat yhtä merkityksettömiä.



Kuva 8: AlfaBeta-puu

Bargaining Set Robert J. Aumann esitteli käsitteen 'bargaining set' yhdessä kernelin ja **nukleodin** kanssa 1960-luvulla. Bargaining set on joukko sääntöjä, kuten: 'Jos A hylkää tarjouksen T(A), niin korota tarjousta määrällä K(A)'. Olkoon pelissä ehdottaja E ja vastaaja V. E ehdottaa V:lle jotain. V kertoo E:lle vastauksen X. Bargaining set kertoo etukäteen sen, miten E suhtautuu X:ään.

Component additive games Curiel ja kumppanit(1993) esittelivät component-additive-pelit, jotka ovat **yhteistyöllisiä** Transfelable Utility, TU-pelejä, joissa pelaajien joukko on numeroituva, eli sillä on tietty järjestys.

Core Core on eräänlainen yliluokka, joka kontrolloi aliluokan toimintaa, kuten agenttien kommunikointi mahdollisuuksia ja protokollia. Coren tulee olla loogisesti konsistentti.

Differentiaaliset pelit, Differential Games Pelit tai pelistrategiat joiden ratkaisussa käytetään, tai voi käyttää hyväksi differentiaaliyhtälöjä. Esimerkkinä jänismetsälle lähtevä metsästäjä voi kettujen määrän tietäessään päätellä jänisten määrän.

Epälineaarinen ohjelmointi Monet ilmiöt vaativat epälineaariseen ohjelmointiin (non-linear programming, NLP) turvautumista. Päinvastoin kuin LP:ssä, NLP:n hakuavaruus on ääretön. Sen vuoksi mikään yksittäinen algoritmi ei voi ratkaista kaikkia epälineaarisia malleja, vaan ongelmat täytyy luokitella ennen ratkaisua (Hiller ja Lieberman 1986). Tietokoneiden ripeän kehittymisen vuoksi kuitenkin yhä suuremmat NLP-ongelmat ovat tehokkaasti ratkaistavissa.

Epätäydellisen informaation pelit, Games Of Imperfect Information Pelit kuten nopanheitto, Backgammon ja korttipelit eivät ole täydellisen informaation pelejä, koska niissä on mukana satunnaisuutta. Pelejä voidaan kuitenkin ajatella täydellisen informaation peleinä, joissa yhtenä pelaajana on satunnaisuus.

Focal Points Focal points ovat pisteitä tai suhteita, jotka ovat esim. jonkin pelin kannalta erityisen tärkeitä tai aktiivisia. Tarkkailemalla vain näitä pisteitä päästään jo hyviin tuloksiin vähemmällä työllä.

Folk-teoreema Folk-teoreeman mukaan pelaajat voivat tarkkailla toistensa toimintaa jokaisella 'kierroksella' siten, että jos joku tai jotkin pelaajista poikkeavat sovituista **tasapainosäännöistä** tai strategioista niin kaikki muut huomaavat sen.

Horisontin rajoittaminen, Horizon Problem Kun etsintäpuu on niin suuri, että sen täydelliseen läpikäymiseen kuluu liikaa aikaa, on etsintäsyvyyttä rajoitettava. Tällöin esimerkiksi **MiniMax**-algoritmi lopettaa etsinnän, kun tietty syvyysraja(depth bound) tulee vastaan, tai jos kohdataan lehtisolmu.

Kahden pelaajan täydellisen informaation nolla-summa peli Peli on kahden pelaajan täydellisen informaation nolla-summa peli, jos kohdan 'Peli' lisäksi seuraavat ehdot ovat voimassa:

1 Pelissä on täsmälleen kaksi pelaajaa.

2 Pelin on oltava **täydellisen informaation peli**.

3 **Payoffien** summa on nolla jokaisessa pelin tilanteessa.

Kernel Yhteistyöpelin agenttien keskinäisiä suhteita, missä jokainen agenttipari on tasapainossa, kutsutaan Kerneliksi. Kernel kuuluu aina **bargaining set**:tiin mutta on usein paljon pienempi.

Koalitionaalinen peli, Coalitional game Peli, jossa pelaajat voivat muodostaa yhteenliittymiä, koalitioita.

Kombinatorinen peliteoria, Combinatorial Game Theory Teoriaa kaikille sellaisille peleille, joiden "ratkaisualgoritmi" ei kuulu luokkaan NP, vaan on eksponentiaalinen. Melkein kaikki pelit, kuten shakki, tammi ja backgammon ovat tällaisia.

Laajennettavat pelit, Extensive form games Tässä otetaan huomioon vain täydellisen informaation pelit, seuraten Osbornen ja Rubisteinin(1994) notaatiota. Laajennettava peli koostuu:

1. Epätyhjästä äärellisestä joukosta pelaajia N=1,...,n.

2. Joukosta historioita H (Jokainen epätyhjä historia on äärellinen tai ääretön jakso) jolla on seuraavanlainen rakenne:

- Tyhjä historia $\in H$.

- Jos $(a^k)_{k=1,...,K}$(missä K voi olla ääretön) ja L<K, niin $(a^k)_{k=1,...,L} \in H$.

- Jos ääretön jakso $(a^k)_{k=1,...}$toteuttaa $(a^k)_{k=1,...,L} \in H$jokaiselle positiiviselle kokonaisluvulle L, niin $(a^k)_{k=1,...}$. Historia $(a^k)_{k=1,...,K} \in H$on lopullinen/päättyvä(terminal) jos se on ääretön tai jos se on äärellinen ja ei ole sellaista elementtiä (a^{K+1}), että $(a^k)_{k=1,...,K+1}$. Olkoon Z päättyvien Historioiden joukko. Kaikille $h \in H \setminus Z$pätee A(h)= $\{a|(h,a) \in H\}$. Joukkoa A(h) kutsutaan historian h jälkeisten tapahtumien joukoksi.

3. Funktio P, joka määrää jokaiselle elementille $\bigcup_{h \in H \setminus Z}$A(h) koalition $S \in C = \{S|S \subset N, S \neq 0\}$. item[4.] Lista utiliteettifunktioita $u = (u_i)_{i \in N}$, siten, että kaikille $i \in N u_i : Z \to R$.

Lineaarinen peli, Linear Game Lineaariset pelit päättyvät tehtyjen siirtojen suhteen lineaarisessa ajassa. Esimerkiksi kivi-sakset-paperi-pelissä jokaisella kierroksella tippuu pelaajia pois, tai pelaajien määrä pysyy korkeintaan samana.

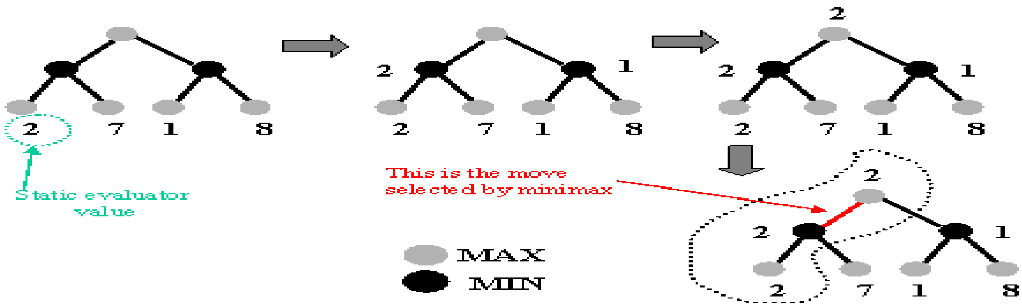
Lineaarinen ohjelmointi/optimointi Lyhyesti sanottuna lineaarinen ohjelmointi/optimointi soveltuu ratkaisemaan ongelmia, joissa ongelman osapuolet/muuttujat ovat toisiinsa lineaarisessa yhteydessä. Tällaiset ongelmat voidaan yleensä ratkaista lineaarisessa ajassa. Jos muutujien suhteet ovat diskreettejä, voidaan ongelman ratkaisuun soveltaa epälineaarista ohjelmointia/optimointia. Epälineaarinen optimointitehtävä on **kombinatorinen**.

Markov-pelit, Markov-ominaisuus, Markov property Pelillä, jolla on Markov-ominaisuus, ei edellisillä siirroilla eli historialla ei ole merkitystä nykyiseen pelitilanteeseen. Toisin sanoen ei ole merkitystä mitä reittiä nykyiseen tilanteeseen on päädytty. Tämä ominaisuus on peräisin, tai johdettu, Markov-päätöksentekoprosessien tutkimuksesta. Markov-peleissä käytetään toisin sanoen Markov-päätöksentekoverkkojen teoriaa ratkaisemaan ongelmia.

MiniMax-algoritmi, Minimax Algorithm MiniMax-algoritmia käytetään valitsemaan paras mahdollinen siirto jokaissesa pelin tilanteessa. Kutsutaan pelaajia nimillä Min ja Max ja oletetaan, että tällä hetkellä on Maxin vuoro siirtää ja että pelaajat yrittävät kummatkin aina maksimoida tuloksensa. Algoritmille annetaan syötteenä tämänhetkinen pelin tilanne esitettynä puumuodossa. Algoritmi palauttaa juurisolmulle arvon, joka on Maxin paras mahdollinen tulos kyseisessä pelissä[Pant 97].

MiniMax-teoreema Katso Von Neumann-Morgenstern-teoreema.

Nash-Tasapaino, Nash Equilibrium Erään hyvin tunnetun(ellei tunnetuimman) ratkaisun kahden palaajan yhteistyöpeleihin on muotoillut matemaatikko John F. Nash. Hän oletti, että jokaisella **pelillä** on tietty joukko mahdollisia lopputuloksia ja että niihin liittyy tietty utiliteettiarvo jokaiselle pelaajalle. Näiden perusteella Nash muotoili ratkaisunsa, uniikin lopputuloksen joka täyttää neljä ehtoa. Lyhyesti ilmaistuna ne ovat:



Kuva 9: MiniMax-puu

1 Ratkaisun pitää olla riippumaton utiliteettifunktion valinnasta; jos pelaaja valitseen x:n y:n sijaan ja jokin funktio määrittää x:lle utiliteetin 10 ja y:lle utiliteetin 1 ja jokin toinen funktio määrittää x:lle utiliteetin 20 ja y:lle 2, ei ratkaisun pitäisi muuttua.

2 On oltava mahdotonta, että kumpikin pelaaja voisi saavuttaa samanaikaisesti paremman ratkaisun, kuin Nash-ratkaisun; **pareto-optimaalisuus**.

3 Ratkaisun pitää olla riippumaton irrelevanteista vaihtoehdoista; jos tarpeettomia vaihtoehtoja lisätään tai poistetaan listasta, josta vaihtoehdot valitaan, Nash-ratkaisun ei tulisi muuttua. subparagraph4 Ratkaisun pitää olla symmetrinen; jos pelaajat vaihtavat osia(esim. musta ja valkoinen shakissa), pitää ratkaisun pysyä samana, paitsi että pay-offit vaihtuvat päittäin.

Nolla-Summa pelit, zero-sum games Peli on nolla-summa peli, jos pelaajien **payoff**-arvojen summa on nolla pelin jokaisessa vaiheessa.

ntutn$V(S) \in R(S)$

NTU,non-transferable utility Peli, jolla on ei-käännettävä utiliteetti, on pari (N,V), missä N on äärellinen joukko pelaajia ja V on mappaus joka määrää jokaiseen epätyhjään koalitioon $S \in N$osajoukon ntu (RS on joukko käytettävissä olevia payoff-vekoreja). V:lle vaaditaan klassiset ymmärrettävyys(comprehensiveness), sulkeutuneisuus(closedness) ja epätyhjyys (nonemptiness) (Otten et al. 1998).

Karkeasti sanoen, mielivaltainen positiivinen n-pelaajan NTU-yhteistyö peli on keskimääräisen monotoninen(Average Monotonic) jos sille on olemassa epätyhjä n-ulotteinen vektori s.e. karakteristinen funktio näyttää kasvavan keskiarvon suhteessa vektoriin.

Nukleodi, Nucleous Solubiologiasta lainattu termi. Nukleodi on eräänlainen core-luokka, ydinrakenne joka kontrolloi laajemman luokan toimintaa. Nukleodi voi olla esimerkiksi jonkin **tasapainon** mukaan laadittu sääntöjoukko.

Neighbour games, Naapuruuspelit Naapuruuspelien luokka on leikkaus **Assignment** -ja Component Additive- peleistä. Assignment -ja Component Additive-peleille on olemassa polynomisessa (astetta p^4, missä p on pelaajien määrä) ajassa ratkeavia algoritmeja **nukleodin** laskentaan.

Operaatiotutkimus Operaatiotutkimuksessa käytetään erilaisia optimointimalleja, todennäköisyyslaskentaa ja jonoteoriaa sovellettuna monin tavoin simulointiin, pelistrategioihin sekä projektinhallintaan. Päätöksenteon tukena käytettävä peliteoria muodostaa operaatiotutkimuksesta hyvin laajan osa-alueen

Optimaalinen strategia, Optimal Strategy Paras mahdollinen strategia, eli strategia, joka antaa suurimman voittotodennäköisyyden.

Osallistujien pelit, Impartial games Pelit, joissa on yhdestä äärettömään pelaajaa ja kaikki pelaajat osallistuvat ja vaikuttavat pelin kulkuun.

PayOff PayOff-arvot Voidaan määritellä jokaiselle pelaajalle pelin jokaisessa vaiheessa, kun oletetaan pelaajien toteuttavan optimaalista strategiaa. PayOff kertoo siis kuinka hyvä jokin siirto on. MiniMax-tapauksessa pelaajan Min kannalta PayOff on sitä parempi mitä pienempi se on ja Max:in kannalta päinvastoin. Jos payoff määritellään välille [0 1], niin erityisesti kahden pelaajan(A ja B) **Nolla-summa-peleissä** pätee aina payoff(A)=1-payoff(B).

Peli, A Game Jokainen peli voidaan määritellä kuuden säännön avulla:

1 Pitää olla vähintään kaksi pelaajaa. Jos pelataan eimerkiksi pasianssia, voidaan satunnaisuutta pitää toisena pelaajana.

2 Peli alkaa, kun yksi tai useampi pelaaja valitse siirron mahdollisesti (ja lähes aina) monen vaihtoehdon joukosta.

3 Ensimmäisen siirron jälkeen syntyy eräänlainen tilanne, jonka perusteella tiedetään kuka tai ketkä tekevät seuraavan siirron ja mitkä ovat mahdolliset vaihtoehdot.

4 Pelaajien valinnat voidaan pakottaa tai voidaan olla pakottamatta kaikkien pelaajien tietoisuuteen.

5 Jos peli voidaan kuvata peräkkäisten siirtojen jonona, on pelille olemassa lopetusehto ja jokainen loppuun asti pelattu peli loppuu tiettyyn tilanteeseen.

6 Jokaisella pelaajalla on **payoff** [Rap 66].

Pareto-tehokkaat pisteet, Pareto Efficient Points Allokaatiot missä mikä tahansa parannus jonkin yksilön hyvinvoinnissa aiheuttaa vähennystä toisen yksilön hyvinvoinnissa.

Pareto-optimaalisuus, Pareto Optimality Pareto-optimaalisuus on tila, jota ei voi enää parantaa kokonaisuuden kannalta. Ei ole olemassa tilaa, joka tekee kaikki päätöksentekijät vähintään yhtä tyytyväiseksi ja ainakin yhden tyytyväisemmäksi.

Partisaanipelit, Partizan Games Partisaanipeli loppuu sen pelaajan osalta, joka ei kykene tekemään laillista siirtoa. Tällöin kyseinen palaaja myös häviää pelin. On kuitenkin pokkeuksia, kuten Shakissa; jos ei pysty tekemään laillista siirtoa, mutta kuningas ei ole uhattuna, niin tuloksena on tasapeli, patti.

Pelipuu, Game Tree Pelipuu on joukko kaarilla toisiinsa liitettyjä solmuja, jotka kuvaavat pelin mahdollisia siirtoja. Puun lehdet ovat **pelin** erilaisia lopputilanteita. Esimerkiksi risti-nollassa lopputilanteita olisivat: 'risti voittaa', 'nolla voittaa' ja 'tasapeli'. Pelipuu on syklitön. Juuri pelipuita voidaan tutkia MiniMax -ja Alfa-Beta-algoritmeilla. Katso esimerkkejä pelipuista kohdista **MiniMax** ja **Alfa-Beta**.

Positionaaliset pelit, Positional games Päätettäessä optimaalista strategiaa, ei positionaalisilla peleillä ole merkitystä millä siirtosarjalla päästään tiettyyn pelitilanteeseen.

Q-oppiminen Q-oppimisessa agentit oppivat mikä on eri toiminnoista tuleva hyöty kussakin tilanteessa. On annettuna Maailman malli, joka kertoo eri tilojan väliset siirtymätodennäköisyydet. Mallia päivitetään palauteoppimistekniikoilla.

Reaktiorakenne Reaktiorakenne on esimerkiksi agentin sääntöjoukko, kuten: "jos kurssit laskevat x-prosenttia, niin osta y:llä prosentilla pääomastasi osakkeita.

Shapleyn arvo, Shapley Value Tilanteissa, joihin liittyy äänestämistä, on hyvin määritelty proseduuri päätöksenteolle hyvin määritellylle joukolle pelaajia, ja mikä tahansa tulos on riippuvainen näistä päätöksistä. Äänestäjä yleensä päättelee mitä muut äänestävät ennen kuin äänestää itse. Ei olekaan yllättävää, että n-pelaajan peleissä on mukana äänestystä.

Matemaatikko Lloyd S. Shepley esitti mittaa tiettyjen sääntöjen mukaisille koalitioille. Äänestyspeleissä(voting games, simple games) jokaisella koalitiolla on arvo 1 ,jos se pystyy voittamaan äänestyksen, ja arvo 0 jos ei pysty. Kaikkien pelaajien yhteenlaskettu arvo on 1. Jos yksittäisen pelaajan arvo on 0, ei tällä ole mitään vaikutusvaltaa äänestykseen. Jos pelaajalla taas on arvo 1, voi hän päättää äänestyksestä yksinään.

Sopimuskäyrä, Contract Curve Pelin pareto-optimaalisten pisteiden sijainti käyrän muodossa.

Stokastiset pelit, Stochastic Games Katso kohta Markov pelit

Sumeat pelit, Fuzzy Games Sumeat pelit ovat pelejä, joissa se pelaaja, joka tekee seuraavan siirron, voittaa. Ellei sitten joku toinen ole jo voittanut peliä.

Tasapaino, Equilibrium Sana 'equilibrium=tasapaino' esiintyy melkein kaikissa peliteoriaan liittyvissä dokumenteissa. Tasapaino tarkoittaa, että joidenkin pelissä esiintyvien suureiden välillä vallitsee tietynlainen tasapaino. Lotossa esimerkkinä voivat olla potin suuruus ja lottoajien määrä; potin kasvaessa myös veikkaajien määrä kasvaa. Erilaisia määriteltyjä tasapainoja ovat mm. **Nash**, Strategic, Bayesian, Strong ja Weak equilibrium. Tuoreimpia tasapainomäärittelyjä on esim. 'Organizational Equilibrium'= 'organisatorinen tasapaino' [Pre 00].

Tehollinen haarautumisaste, Effective Branching Factor Olkoon puun, jossa on n solmua ja jonka syvyys on d, haarautumisaste h. Suureiden välillä vallitsee yhteys: $h^d = n$. Jos esimerkiksi Alpha-Beta-algoritmi laajentaa m solmua samaiselle puulle, on sen tehollinen haarautumisaste: H= $\sqrt[d]{m}$

Tekoäly Tekoäly, Artificial Intelligence tai AI, on erityisesti tietojenkäsittelytieteen osa-alue, jossa tutkitaan ja pyritään mallintamaan järjestelmiä, jotka vaikuttavat jokseenkin **älykkäiltä**.

Toistuva peli, Repeated Game 'Yli'-peli, jossa jokin määrätty joukko pelaajia pitää yllä historiatietoja jo pelatuista pelistä. Jo pelattujen pelien tapahtumat vaikuttavat siis tuleviin peleihin. Esimerkiksi roolipeleissä 'action'-pisteet kasvat ajan mittaan. Toistettavuus laajentaa mahdollisten 'kerta'-pelien **tasapainoja**. Esimerkiksi toistettaessa rittävästi **vangin dilemma**-peliä, päädytään tasapainoon, jossa kumpikaan vangeista ei ikinä tunnusta.

Täydellisen informaation pelit, Games Of Perfect Information Täydellisen informaation peli on peli, jossa ei ole mitään sattumanvaraisuutta. Tällaisia pelejä ovat esim. shakki, tammi ja Go. Niissä jokaisella(kummallakin) pelaajalla on täydellinen tieto pelin tämänhetkisestä tilanteesta. Pelejä joissa on sattumanvaraisuutta, kuten pokerissa, kutsutaan vastaavasti epätäydellisen informaation peleiksi.

Vangin ongelma, Prisoners' dilemma Matemaatikko Albert W. Tucker kehitti tämän ongelman havainnollistaakseen ei-yhteistyöpelien ongelmia.

Kahta vankia, A ja B epäillään ryöstöstä. Vangit on eristetty toisistaan ja heitä painostetaan tunnustamaan. Kumpikin haluaa saada lyhimmän mahdollisen tuomion itselleen ja kummankin pitää joko tunnustaa tai pysytellä vaiti, tietämättä mitä toinen on päättänyt tehdä. Kumpikin tietää tekojensa seuraukset: Jos kummatkin tunnustavat, saavat kummatkin 5 vuotta vankeutta; jos kumpikaan ei tunnusta kummatkin saavat yhden vuoden(laittomien aseitten hallussapidosta); jos toinen tunnustaa ja toinen ei, niin tunnustaja pääsee vapaaksi ja vaikenija saa 20 vuotta.

Ongelman analyysi on yksinkertainen:

Kumpikin pelaaja voi kayttää 'varmaa taktiikkaa'. Vaikka A ei tiedä mitä B tekee, hän tietää, että jos B tunnustaa tai ei, niin paras strategia A:lle tunnustaa eikä pysyä vaiti(saada 5 tai 0 vuotta 20 sijasta). B päätyy tietysti samaan strategiaan. Paras strategia näyttäisi siis olevan tunnustus ja 5 vuotta vankilaa. Kuitenkin kaksi ryöstäjää pärjäisivät paremmin jos he valitsisivat vaikenemisen; kumpikin joutuisi vain vuodeksi vankilaan.

Vangin ongelman opetus on siinä, että jos kaksi(tai enemmän) osapuolta käyttäytyy itsekkäästi, eli eivät toimi yhteistyössä, pärjäävät he huonommin kuin yhteistyössä.

Von Neumann - Morgenstern-teoreema Von Neumannin peliteorian kulmakivi on 'minimax-teoreema', jonka hän julkaisi jo vuonna 1928. Teoreeman mukaan on olemassa suuri joukko kahden palaajan pelejä, joita ei kannata pelata. Lopputulos on siis kummankin pelaajan tiedossa jo pelin alussa, jos oletataan, että pelaajien strategiat ovat tiedossa. Pelaajat tietävät, että tiettyä strategiaa noudattamalla he eivät voi hävitä tai voittaa enempää kuin 'minimax'-arvon verran.

Toinen selitys: Jokainen kahden pelaajan nolla-summa peli, jolla on äärellinen määrä puhtaita strategioita on deterministinen. Eli tällaisilla peleillä on vain yksi rationaalinen **payoff**-vektori.

XoR-funktio, Exclusive or XoR, eli "exclusive or", "poissuljettu tai" on tosi, muuttujilla {A,B} on eri totuusarvot. allaoleva taulukko havainnollistaa tilannetta.

A	B	XoR(A,B)
t	t	f
t	f	t
f	t	t
f	f	f

Yhteistyö-peli, Cooperative Game Peli on yhteistyö-peli jos sen sitoumukset-sopimukset, lupaukset ja uhat ovat sitovia eli voidaan aina pakottaa voimaan.

Yhteistyötön peli, Non-cooperative game Jos kohdassa 'Yhteistyö-peli' mainittuja sitoumuksia ei voi pakottaa voimaan on peli yhteistyötön peli.

Älykkyys Älykkyys on ongelmallinen käsite. Koneellinen älykäs käyttäytyminen on monesti sitä ,mikä muistuttaa ihmisen itsensä optimaalista käyttäytymistä, eli käyttäytymistä mikä johtaa ongelman menestyksekkääseen ratkaisuun. Älykkyyttä ja tietoisuutta ei ole kyetty määrittelemään tarkasti ja siksi niitä verhoaa epävarmuus.

4.4 Liite IV: linkkiluettelo

Alla linkkejä muutamiin peliteoreettisiin sivuihin.

- The International Society of Dynamic Games http://www.hut.fi/Units/SAL/ISDG/
- TKK:n Systeemianalyysin laitos http://www.hut.fi/HUT/Systems.Analysis
- Jyväskylän yliopisto http://www.cs.jyu.fi/ jorma/
- Peliteoria-kurssi http://www.chass.utoronto.ca/ osborne/cgt/
- Kronologia 1 http://www.econ.canterbury.ac.nz/hist.htm
- Kronologia 2 http://william-king.www.drexel.edu/top/class/histf.html

- Ihmisiä ja kuvia http://cepa.newschool.edu/het/schools/game.htm
- epävarmuus, informaatio http://cepa.newschool.edu/het/essays/uncert/uncertcont.htm
- Joitakin raportteja http://www.kellogg.nwu.edu/research/math/Down-papers.htm
- Sanastoa http://www.sfb504.uni-mannheim.de/glossary/game.htm
- Taloustiedettä http://dmoz.org/Science/Social_Sciences/Economics/Game_Theory/
- Peliteoriaa johtajille http://www.agsm.unsw.edu.au/ bobm/teaching/SGTM.html
- Tyttö, poika ja peliteoria http://www.helsinki.fi/ eperkio/peliteoria.html