Neutraalissa tapauksessa ajateltiin tuulivääntöä

$$-\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

"järkeiltiin" että se riippuu suureista $\overline{u'w'}$ ja z, ja haluttiin dimensioton skaalaus. Lisäksi on tapana merkitä

$$u_* = \sqrt{-\overline{u'w'}}$$

$$-\overline{u'w'}\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

$-\overline{u'w'}$ saadaan dimensiottomaksi skaalaamalla se itsellään, eli u_*^2:lla. Triviaalia.

$$\left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right] = \frac{m/s}{m} = \frac{1}{s}$$

$$[u_*] = \frac{m}{s} \qquad [z] = m$$

$$\left[\frac{u_*}{z}\right] = \frac{1}{s}$$

$$\frac{-\overline{u'w'}\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}}{u_*^2\,\frac{u_*}{z}}$$

$$\Rightarrow \frac{z}{u_*}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

Dimensiotön tuuliväänne

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$$

Empiirisesti havaitaan että tämä on neutraalissa pintakerroksessa vakio

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = \text{vakio} = \frac{1}{k}$$ von Kármánin vakio

Integroimalla saatiin logaritminen tuuliprofiili

$$u(z) = \frac{u_*}{k}\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

Huomautus: dimensioton tuuliväänne

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{1}{k}$$

yleensä kuitenkin on tapana merkitä että

$$\phi_m = \frac{kz}{u_*}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = 1$$

on dimensioton tuuliväänne.

(Von Kármánin vakio k on dimensioton)

Tuulivääne: $-\overline{u'w'}\,\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial z}$

Huomautus: koska normalisoidessa $\overline{u'w'}$ katoaa kun se jaetaan itsellään (eli u_*^2:lla), voidaan normalisoitua muotoa

$$\frac{kz}{u_*}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

yhtä hyvin ajatella tuuliväänteen, tai myös tuuligradientin (eli $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$:n) dimensiottomana muotona.

Ei-neutraali pintakerros, Monin-Obukhov-teoria

Monin & Obukhov (1954) järkeilivät että lämmön (ja kosteuden) läsnäollessa "asiat" pintakerroksessa riippuvat suureista

$$z \, , \; u_* \, , \; \frac{g}{\bar{\theta}_v} \, , \; \overline{-w'\theta_v'}$$

noste

virtuaali potentiaalilämpötilan pystyvuo (pinnassa)

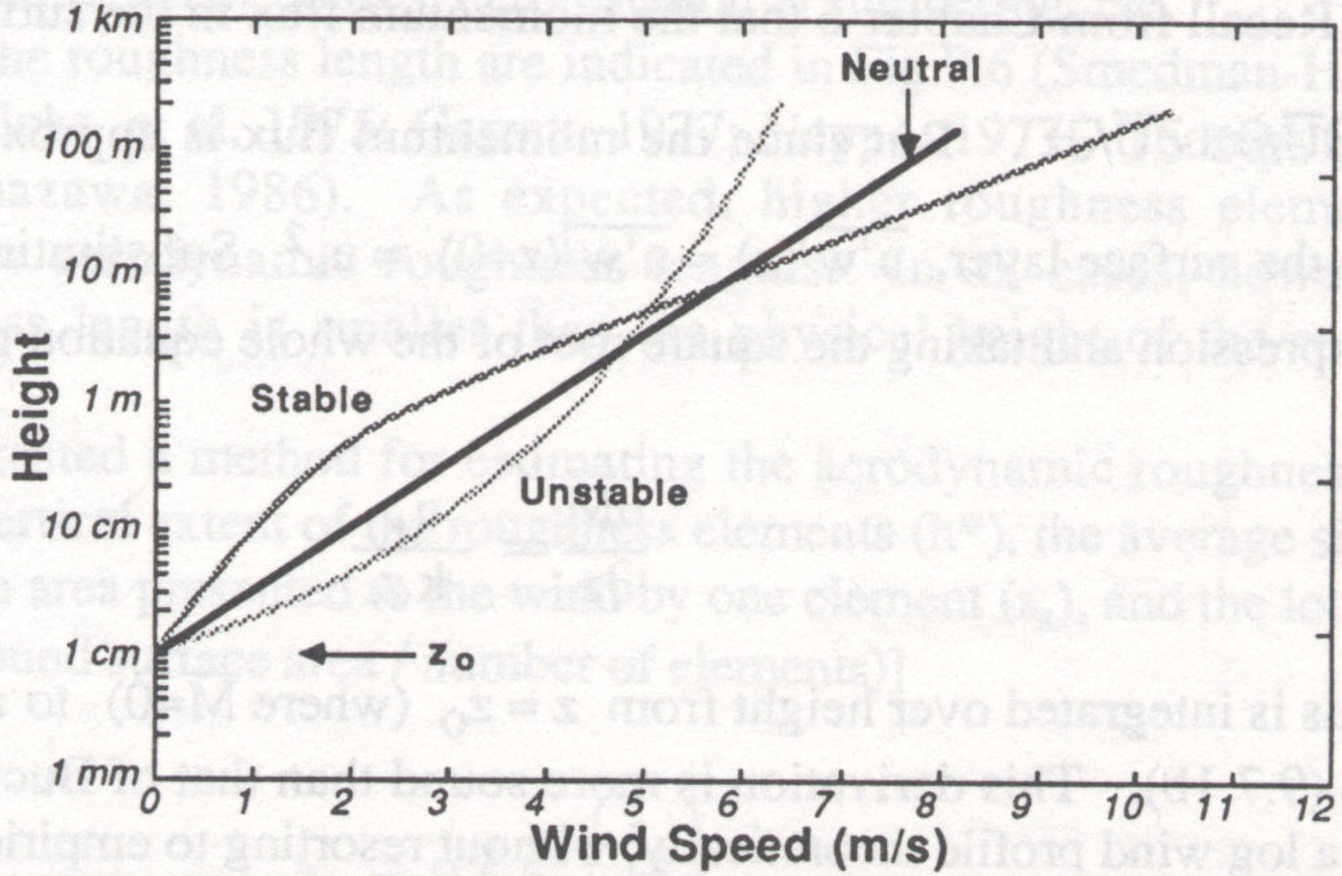

Fig. 9.5 Typical wind speed profiles vs. static stability in the surface layer.

9.7.1 Wind Profile in Statically Neutral Conditions

Nyt jos kuvittelisi tekevänsä dimensioanalyysiä ja näistä haluaisi dimensiottoman yhdistelmän, pitää selvästikin z jakaa jollain yhdistelmällä

$$\left[\frac{z}{L}\right] = \frac{m}{m} = 1$$

Saadaan:

$$L = \frac{-u_*^3}{\frac{g}{\overline{\theta}_v}\,\overline{w'\theta_v'}} = \frac{-\overline{\theta}_v\, u_*^3}{g\,\overline{w'\theta_v'}}$$

$$\left[\frac{-\overline{\theta}_v\, u_*^3}{g\, w'\theta_v'}\right] = \frac{T\,\frac{m^3}{s^3}}{\frac{m}{s^2}\,\frac{m}{s}\,T} = m$$

(T = mikä ikinä onkaan θ:n yksikkö)

tätä kutsutaan: <u>Obukhov -pituus</u>

$$L = \frac{-\overline{\theta}_v\, u_*^3}{k\, g\, \overline{w'\theta_v'}}$$

yleensä tuo von Kármánin vakio

vielä tungetaan tuohon.

(Stull, Garrat, ym.)

Toinen tapa ajatella asiaa:

TKE-yhtälö

$$\frac{\partial k}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\left[\overline{k_* w'} + \frac{\overline{p'w'}}{\bar{\rho}}\right] - \overline{u'w'}\underbrace{\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}}_{\text{vääntö}} + \underbrace{\frac{g}{\bar{\theta}_v}\overline{w'\theta_v'}}_{\text{noste}} - \epsilon$$

Tästä saadaan dimensioton kertomalla puolittain

$\frac{z}{u_*^3}$:lla.

$$\left[\frac{z}{u_*^3}\right] = \frac{m}{\frac{m^3}{s^3}} = \frac{s^3}{m^2}$$

$$\left[\frac{\partial k}{\partial t}\right] = \left[\frac{\partial \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}{\partial t}\right] = \frac{m^2/s^2}{s} = \frac{m^2}{s^3}$$

noste termi: $$\frac{z\, g\, \overline{w'\theta_v'}}{\bar{\theta}_v\, u_*^3} = \frac{z}{L}$$

(saadaan myös dimensioton vääntö)

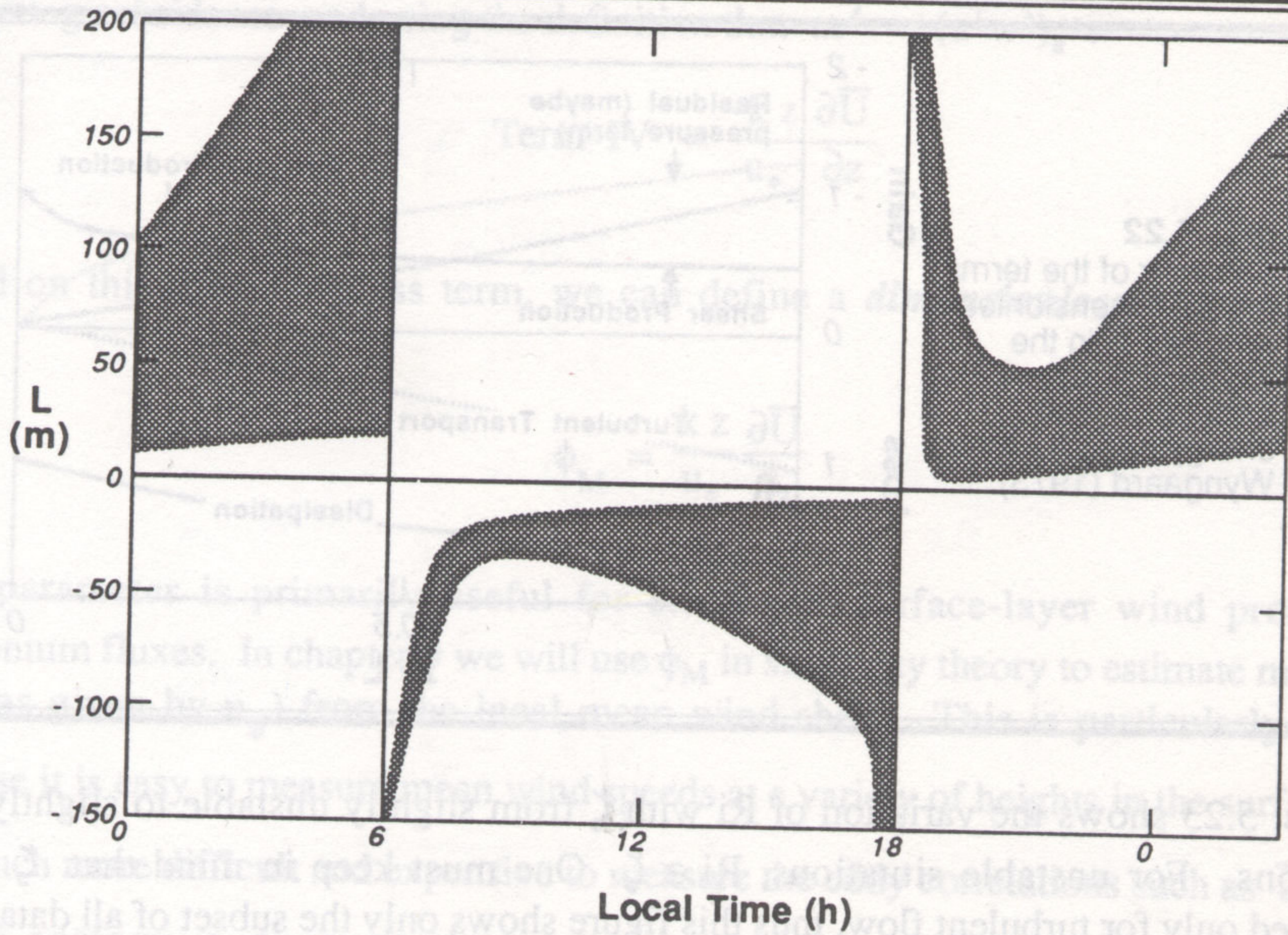

Fig. 5.21 Typical ranges of Obukhov length (L) evolution over a diurnal cycle.

Huomautuksia

Prujussa on merkitty

$H = \rho c_p \overline{\theta' w'}$ Havaittavan lämmön vuo

$Q = \overline{\theta' w'}$ kinemaattinen lämmön vuo

$E = \rho \overline{q' w'}$ vesihöyryvuo

ja

$$T_* = \frac{-Q}{u_*} = \frac{-\overline{\theta' w'}}{u_*}$$ skaalalämpötila $[T_*] = [\theta']$

$$q_* = -\frac{E}{\rho u_*} = \frac{-\rho \overline{q' w'}}{\rho u_*}$$ skaalakosteus $[q_*] = [q]$

Prujussa on: $$L = \frac{-T\, u_*^3}{k g \beta Q}$$

Meillä/Stullissa oli: $$L = \frac{-\overline{\theta_v}\, u_*^3}{k g\, \overline{w'\theta_v'}}$$

eli $\beta Q = \beta\, \overline{\theta' w'}$ vs. $\overline{w'\theta_v'}$

β kuvaa kosteuden vaikutusta nosteeseen.

Samoin, edellä teimme dimensioanalyysiä suureilla:

$$z \;,\; u_* \;,\; \frac{g}{\theta_v} \;,\; -\overline{w'\theta_v'}$$

Prujussa:

$$z \;,\; u_* \;,\; \frac{g}{\theta} \;,\; Q = \overline{\theta' w'} \;,\; E = \rho\, \overline{q' w'}$$

Eli kosteuden voi käsitellä erikseen, tai osana virtuaalipotentiaalilämpötilaa.

Nyt toivotaan että

(zeta) $$\zeta = \frac{z}{L}$$

on oikealla lailla skaalattu dimensioton korkeus eli laisissa oloissa, ja että dimensiottomat gradientit

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{z}{T_*}\frac{\partial \theta}{\partial z}, \quad \frac{z}{q_*}\frac{\partial q}{\partial z}$$

voidaan ilmaista ζ:n funktioina.

(tästä eteenpäin $u = \bar{u}$)

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{k}\phi_m(\zeta)$$

$$\frac{z}{T_*}\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{k}\phi_h(\zeta)$$

$$\frac{z}{q_*}\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{1}{k}\phi_h(\zeta)$$

Huomautus:

$$L = \frac{-\overline{\theta}_v \, u_*^3}{k g \overline{w'\theta_v'}}$$

Stabiilissa tilanteessa $\overline{w'\theta_v'} \approx \pm 0$

joten $L = \pm \infty$

joten $\zeta = \frac{z}{L} = \pm 0$

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{k}\phi_m(\zeta)$$

Stabiilissa $\zeta = 0$

jos $\phi_m(0) = 1$, saadaan

logaritminen tuulilaki i

$$\frac{z}{u_*}\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{k}$$

Businger &al. (1971) ja Dyer (1974)

ovat katselleet dataa ja ehdottavat:

$$\phi_m\left(\frac{z}{L}\right) = \begin{cases} 1 + 4.7\frac{z}{L} & \frac{z}{L} > 0 \quad \text{stabiili} \\ 1 & = 0 \quad \text{neutraali} \\ \left(1 - 15\frac{z}{L}\right)^{-\frac{1}{4}} & < 0 \quad \text{epästabiili} \end{cases}$$

$$\phi_h\left(\frac{z}{L}\right) = \begin{cases} \frac{K_m}{K_H} + 4.7\frac{z}{L} \\ \frac{K_m}{K_H} \\ \frac{K_m}{K_H}\left(1 - 9\frac{z}{L}\right)^{-\frac{1}{4}} \end{cases}$$

(Prujussa hieman erilaiset)

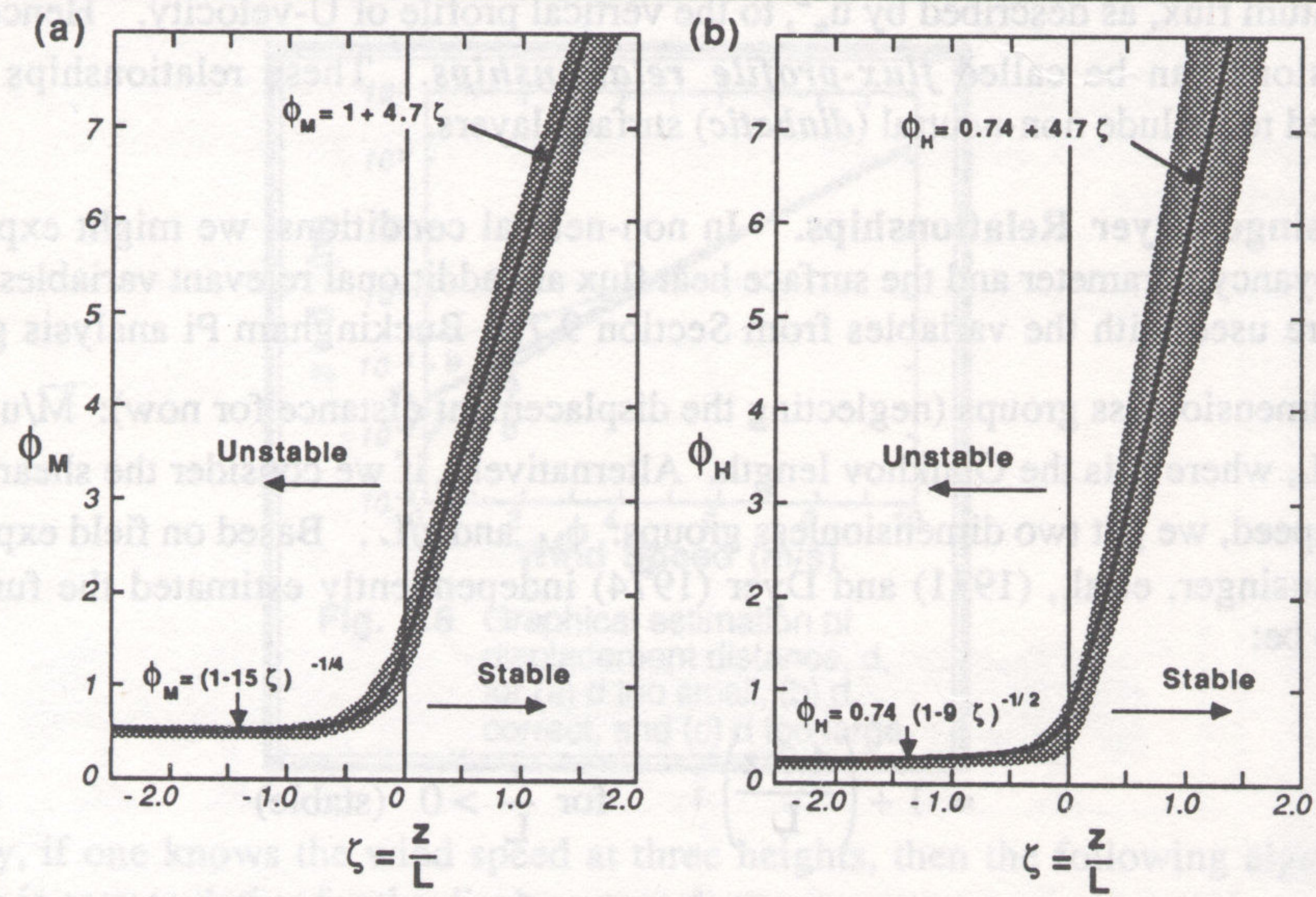

Fig. 9.9 (a) Range of dimensionless wind shear observations in the surface layer, plotted with interpolation formulas. (b) Range of dimensionless temperature gradient observations in the surface layer, plotted with interpolation formulas. After Businger, et al. (1971).

Prujun kuva 3, monia muitakin enemmän tai vähemmän saman muotoisia funktioita on ehdotettu.

Yhteensopivuus datan kanssa ei ole täydellistä, erityisesti stabiilissa.

Huomautus:

Vaihtokertoimen määritelmä oli:

$$\overline{u'w'} = -K_m \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \qquad \overline{\theta'w'} = -K_h \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial z}$$

$$\overline{q'w'} = -K_h \frac{\partial \overline{q}}{\partial z}$$

$$K_m = -\frac{\overline{u'w'}}{\frac{\partial u}{\partial z}}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{zk}\phi_m(\zeta) \Rightarrow K_m = \frac{u_*^2}{\frac{u_*}{zk}\phi_m(\zeta)}$$

$$\boxed{K_m = \frac{zku_*}{\phi_m(\zeta)}}$$

$\phi_m > 1, \ \zeta > 0$

$0 < \phi_m < 1, \ \zeta < 0$

Vielä takaisin TKE-yhtälöön:

$$\frac{\partial k}{\partial t} = T \underbrace{- \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}}_{S} + \underbrace{\frac{g}{\bar{\theta}_v} \overline{\theta_v' w'}}_{B} - \varepsilon$$

$$Ri_f = \frac{B}{-S} = \frac{\frac{g}{\bar{\theta}_v} \overline{\theta_v' w'}}{\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}}$$

edeltä: $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{zk} \phi_m$

$$Ri_f = \frac{z k g \overline{\theta_v' w'}}{-\bar{\theta}_v u_*^3 \phi_m} = \frac{z}{L} \frac{1}{\phi_m}$$