Turbulenssin sulkemisongelma

"Ratkaisuna" parametrisointi:
"keksitään" joku kaava miten
tuntematon termi ennustetaan
tunnetuista.

Esim. $\overline{\theta' w'} = f(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{\theta}, \bar{q})$

0 asteen sulkeminen

Ei muodosteta eikä ratkota yhtälöitä ollenkaan, vaan keksitään suoraan ratkaisut.

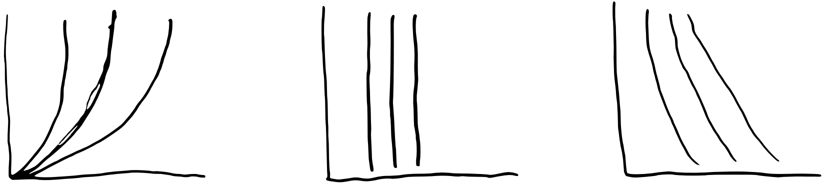
$$\bar{u}(z) = f_1(z)$$

$$\bar{\theta}(z) = f_2(z)$$

$$\bar{q}(z) = f_3(z)$$

0.5 asteen sulkeminen

Keksitään suureiden korkeusprofiilien muodot, mutta annetaan niiden suuruuden, eli keskiarvon, muuttua.



$$\bar{u}(z) = \langle \bar{u} \rangle \cdot f_1(z) \qquad \bar{\theta}(z) = \langle \bar{\theta} \rangle \cdot f_2(z) \qquad \bar{q}(z) = \langle \bar{q} \rangle \cdot f_3(z)$$

vapaa muuttuja

Ennen 1 asteen sulkemista, huomautan:

Meillä oli:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} - \frac{\partial}{\partial z}\overline{u'w'}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - f\bar{u} - \frac{\partial}{\partial z}\overline{v'w'}$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = \overline{S_\theta} - \frac{\partial}{\partial z}\overline{\theta'w'}$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = \overline{S_q} - \frac{\partial}{\partial z}\overline{q'w'}$$

Jos ei riipu ajasta, ja jos ei turbulenttista kuljetusta, jää: (Rajakerroksen yläpuolella)

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} = 0$$

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - f\bar{u} = 0$$

Eli:

$$f v_g = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$$

$$f u_g = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y}$$

lisätään g

Tämähän on suorastaan geostrofisen tuulen määritelmä.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\dfrac{1}{\rho} \dfrac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} - \dfrac{\partial}{\partial z} \overline{u'w'} \\ \dfrac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -\dfrac{1}{\rho} \dfrac{\partial \bar{p}}{\partial y} - f\bar{u} - \dfrac{\partial}{\partial z} \overline{v'w'} \end{cases}$$

Sijoitetaan geostrofinen tuuli

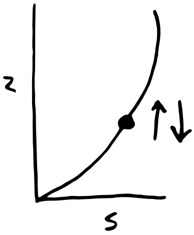
$$f v_g = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$$

$$f u_g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y},$$ saadaan:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \bar{u}}{\partial t} = f(\bar{v} - v_g) - \dfrac{\partial}{\partial z} \overline{u'w'} \\ \dfrac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -f(\bar{u} - u_g) - \dfrac{\partial}{\partial z} \overline{v'w'} \end{cases}$$

(Se siitä)

Diffuusio/lämpöanalogia



vuo $\sim -\frac{\partial s}{\partial z}$ (verrannollinen gradienttiin)

vuo $= -k \frac{\partial s}{\partial z}$

diffuusiokerroin

lämmönjohtavuus

Joten: 1 asteen sulkeminen

$$\overline{u'w'} = -K_m \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$$

$$\overline{v'w'} = -K_m \frac{\partial \overline{v}}{\partial z}$$

$$\overline{\theta'w'} = -K_\theta \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial z}$$

$$\overline{q'w'} = -K_q \frac{\partial \overline{q}}{\partial z}$$

K-teoria, vaihtokerrointeoria

Kertoimilla K on monta nimeä:

eddyviskositeetti (pyörreviskositeetti?)

eddydiffusiviteetti

<u>vaihtokerroin</u> (ehkä vakiintunein)

turbulenttinen siirtokerroin

gradientti-siirtokerroin

Joskus eri suureille voidaan kaikille käyttää eri kertoimia, mutta yleensä sama kerroin kaikille skalaarisuureille

$$K_h = K_q = K_s = \ldots$$

Jostain syystä liikemäärän vaihtokerroin vaikuttaa olevan pienempi, ja erityisesti neutraalille ilmakehälle

$$K_h = 1{,}35\,K_m$$

Nyt meillä olisi:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = f(\bar{v} - v_g) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_m \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -f(\bar{u} - v_g) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_m \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = S_\theta + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_h \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = S_q + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_h \frac{\partial \bar{q}}{\partial z}\right)$$

Jos K olisi vakio,

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(K \frac{\partial \bar{s}}{\partial z}\right) = K \frac{\partial^2}{\partial z^2} \bar{s}$$

olisi suoraan kyseessä diffuusio/lämpöyhtälö.

Vakio-K:t tuottavat kuitenkin melko huonon rajakerrosmallin.

(No, voihan diffuusio/lämpöyhtälössäkin väliaineen johtavuus vaihdella)

Molekyylitasolla viskositeetti on nimenomaan liikemäärän diffuusiota molekyylien liikkeestä johtuen, ja tilastollisessa fysiikassa (tai kurssilla Ympäristöfysiikka) johdetaan

$$\mu = \frac{1}{2} m N v \lambda \longleftarrow \text{keskimääräinen vapaa matka}$$

molekyylin massa

lukumäärätiheys

keskimääräinen nopeus

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

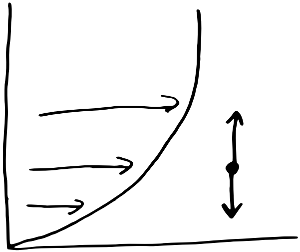
μ ← dynaaminen viskositeetti

kinemaattinen viskositeetti

$$\rho = mN$$

$$\boxed{\nu \sim v \lambda}$$

Viskositeetti tasoittaa nopeusgradienttia



Ehkäpä $K = \nu \sim v\lambda$

Yksi tuntematon, K, on saatu korvattua kahdella tuntemattomalla

v = pyörteiden nopeusvaihtelujen skaala

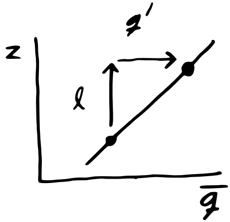
λ = pyörteen koko, tai tyypillinen poikkeaman pituus

Sekoitusmatka teoria

$$w' \sim u' \sim l \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right|$$

ja vastaavasti

$$q' \sim -l \frac{\partial \bar{q}}{\partial z}$$



$$\overline{w'q'} \sim -l^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \frac{\partial \bar{q}}{\partial z}$$

$l = \lambda$ = sekoitusmatka

$$\overline{w'q'} \approx -l^2 \left|\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right| \frac{\partial \bar{q}}{\partial z}$$

$$\overline{w'q'} = -K \frac{\partial \bar{q}}{\partial z}$$

$$\Rightarrow K = l^2 \left|\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right|$$

Viskositeetti on aineen fysikaalisten ominaisuuksien määräämä, turbulenssin "viskositeetti" puolestaan riippuu virtauksen ominaisuuksista.

Mutta edelleen l on tuntematon

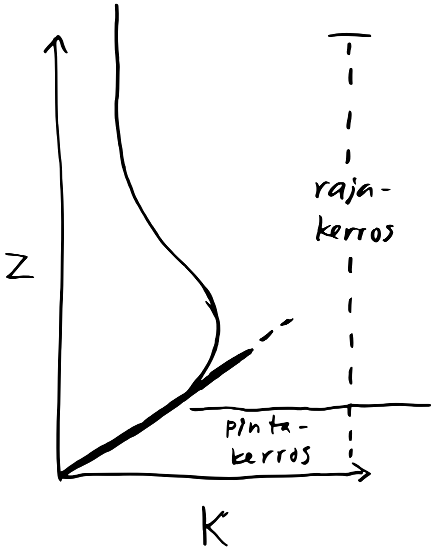
Tyypillinen K:n profiili

Varsinkin neutraalissa tilanteessa pinnan lähellä

$l = k z$

$k \approx 0.4$

von Karmanin vakio



Tarkoitus olisi puhua 1.5 asteen sulkemisesta ja turbulenssin kineettisestä energiasta

$$TKE = \frac{1}{2}\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right)$$

tai no oikeastaan liike-energia olisi

$$\frac{1}{2} m v^2 \quad \text{eli} \quad \frac{1}{2}\rho\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right)$$

mutta ajatellaan että TKE ilmaistaan per kilo ilmaa eikä per m^3.

Sitä ennen kuitenkin harharetki.

Ideaalikaasun tilanyhtälö

$$pV = nRT$$

$$\frac{n}{V m_a} = \rho$$

↑
ilman moolimassa

ja sovitaan että $R_a = m_a R$

on kuivan ilman kaasuvakio

$$\boxed{p = \rho R_a T_v}$$

Sitten turbulenssin kanssa onkin

$$\bar{p} + p' = (\bar{\rho} + \rho') R_a (\bar{T}_v + T_v')$$

sitten tapahtuu kaikenlaista, heitellään muita pienempiä termejä pois, lopulta ilmestyy (ks. Stullin luku 3)

$$\bar{p} = \bar{\rho} R_a \overline{T_v} \qquad \frac{\rho'}{\bar{\rho}} = -\frac{\theta_v'}{\overline{\theta_v}}$$

Virtausyhtälön pystykomponentti

$$\frac{\partial w}{\partial t} + V \cdot \nabla w = -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w$$

ja sitten $w = \bar{w} + w'$ $\rho = \bar{\rho} + \rho'$ $p = \bar{p} + p'$

ja taas tapahtuu kaikenlaista ja sitten

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} = \text{(no te tiedätte)}$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + V' \cdot \nabla w' = \frac{\theta_v'}{\bar{\theta}_v} g - \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p'}{\partial z} + \nu \nabla^2 w'$$

Ja kun pyritään termin

$$\frac{\partial}{\partial t} w'w' = 2 w' \frac{\partial}{\partial t} w'$$

kimppuun, niin kerrotaan koko yhtälö w':llä

$$w'\left(\frac{\partial w'}{\partial t} + V' \cdot \nabla w'\right) = w'\left(\frac{\theta_v'}{\overline{\theta}_v} g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial z} + \nu \nabla^2 w'\right)$$

niin

$$\frac{\partial}{\partial t}\overline{w'w'} = \ldots \quad 2\frac{g}{\overline{\theta}_v}\overline{w'\theta_v'} \quad \ldots \quad 2\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial}{\partial z}\overline{w'p'}$$

TKE – yhtälö

Merkitään

$$k = \frac{1}{2}(u'u' + v'v' + w'w')$$

$$\overline{k} = \frac{1}{2}(\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'})$$

niin saadaan

$$\frac{\partial \overline{k}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{kw'} + \frac{\overline{p'w'}}{\overline{\rho}}\right) - \overline{u'w'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \overline{v'w'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial z} + \frac{g}{\overline{\theta_v}}\overline{w'\theta_v'} - \varepsilon$$

ε = NS-yhtälön viskositeettitermi u', v', w':lle

1.5 asteen sulkeminen

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = f(\bar{v} - v_g) - \frac{\partial}{\partial z}\overline{u'w'}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -f(\bar{u} - u_g) - \frac{\partial}{\partial z}\overline{v'w'}$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = \qquad - \frac{\partial}{\partial z}\overline{w'\theta'}$$

$$\frac{\partial \bar{k}}{\partial t} = -\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{g}{\theta}\overline{w'\theta'} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{kw'} + \frac{\overline{p'w'}}{\bar{\rho}}\right) - \varepsilon$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\overline{\theta'^2} = -2\overline{w'\theta'}\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\overline{w'\theta'^2} - 2\varepsilon_\theta - \varepsilon_R$$

Kuiva ilmakehä, $\bar{w} = 0$, $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} = 0$

1 asteen sulkemisessa tuntemattomia olivat

$\overline{u'w'}$ $\overline{v'w'}$ $\overline{\theta' w'}$

1.5 asteessa lisäksi:

$\left(\overline{kw'} + \frac{\overline{p'w'}}{\bar{\rho}}\right)$

$\overline{w'\theta'^2}$

ε

ε_θ

ε_R ← säteilystä johtuva

$\overline{kw'}$ ja $\overline{w'\theta'^2}$ ovat 3. asteen termejä

Tuntemattomia on enemmän, mutta nekin osataan parametrisoida.

Etuna on, että $\overline{k}$ ja $\overline{\theta'^2}$ ovat käytettävissä vaihtokerrointen parametrisoinnissa:

$$\overline{u'w'} = -K_m\left(\overline{k}, \overline{\theta'^2}\right) \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$$

Silti 1-ulotteisiin differentiaaliyhtälöihin perustuvalla mallilla on vaikeuksia kuljettaa ilmaa alhaalta ylös konvektiossa.

- ei-lokaalit mallit
- 3D-mallit