TKE

$$\frac{\partial \bar{k}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\Big[\underbrace{\overline{kw'}}_{T} + \underbrace{\frac{\overline{p'w'}}{\bar{\rho}}}_{(P)}\Big] \underbrace{- \overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}}_{S} + \underbrace{\frac{g}{\bar{\theta}_v}\overline{w'\theta_v'}}_{B} - \underbrace{\varepsilon}_{D}$$

T = transport

S = shear, mekaaninen tuotto

B = buoyancy, noste

D = dissipaatio, molekulaarinen kitka

P = painekorrelaatio

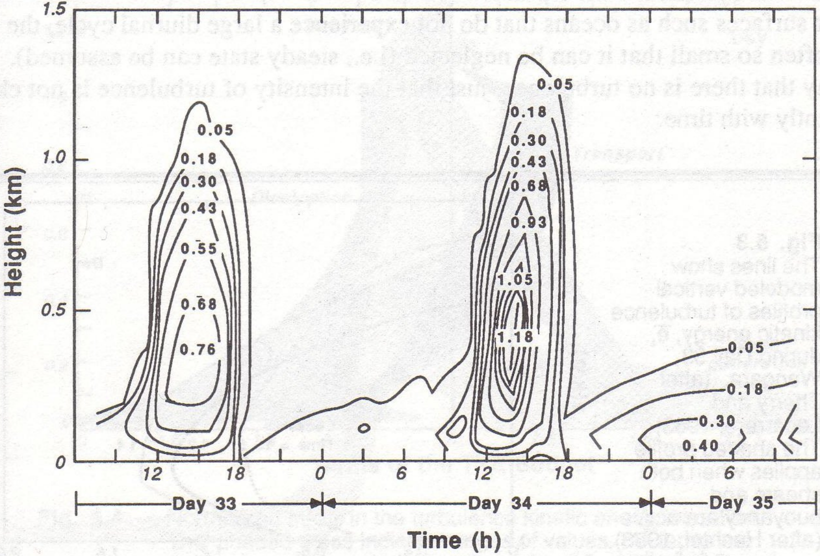
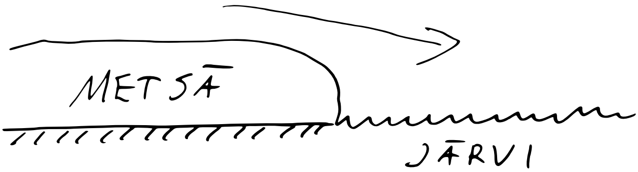


Fig. 5.1 Modeled time and space variation of $\bar{e}$ (turbulence kinetic energy, units m^2s^{-2}), for Wangara. From Yamada and Mellor (1975).

Se että vasemmalla puolella on vain $\frac{\partial \bar{k}}{\partial t}$ perustuu oletukseen horisontaalisesta homogeenisuudesta. Yleisemmässä tapauksessa olisi

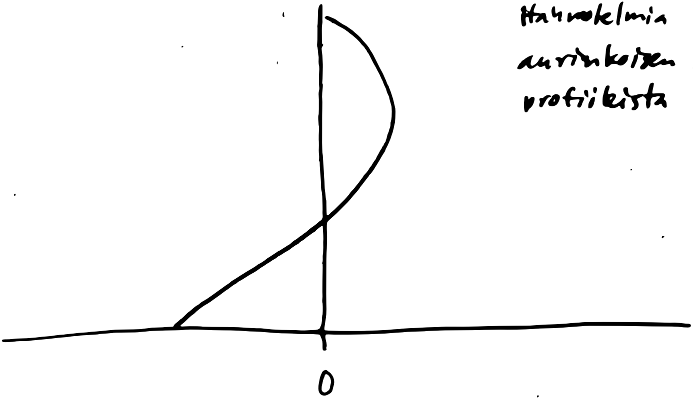
$$\frac{\partial \bar{k}}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla \bar{k} = \ldots$$

advektio



$$-\frac{\partial}{\partial z}\overline{kw'}$$

TKE:n pystysuuntainen kuljetus

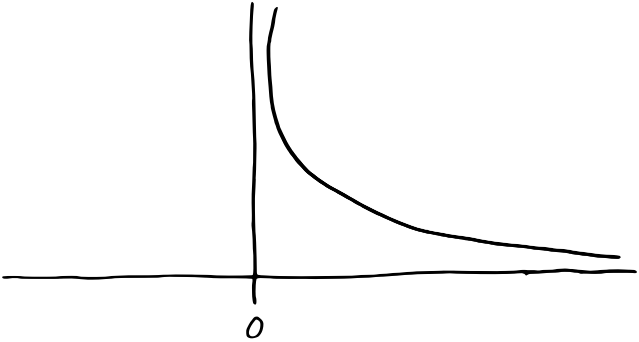


Havaintoja auringonpaisteisen päivän profiileista

$$-\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}$$

Mekaaninen tuotto.

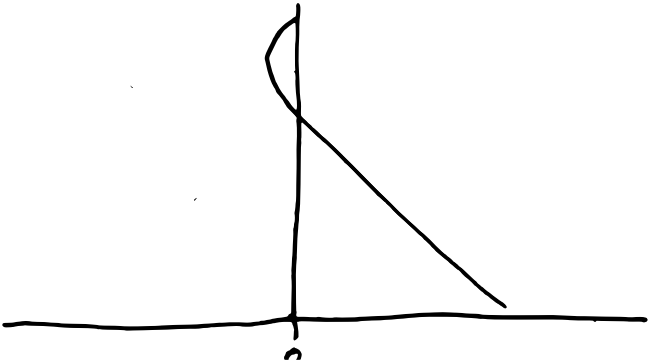
Pääsääntöisesti $\overline{u'w'} < 0$, $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} > 0$ joten koko termi > 0.



$$\frac{g}{\overline{\theta}_v}\,\overline{w'\theta_v'}$$

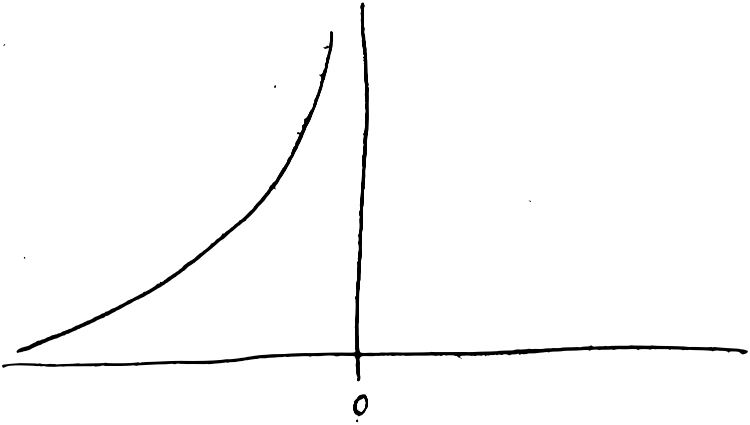
Nosteen tuotto tai nielu.

stabiilissa < 0, epästabiilissa > 0.

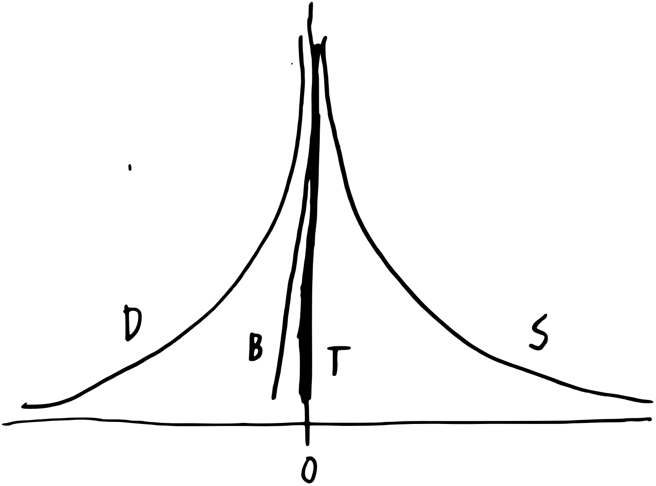


$\underline{\underline{\varepsilon}}$

Molekulaarinen dissipaatio



Stabiilissa tilanteessa (selkeä yö)



$$-\frac{\partial}{\partial z}\frac{\overline{p'w'}}{\bar{\rho}}$$

Painekorrelaatio

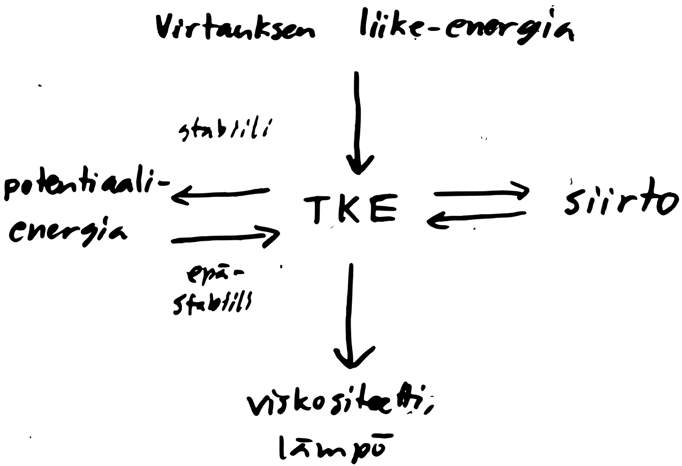
Miten paine-erot siirtävät TKEitä

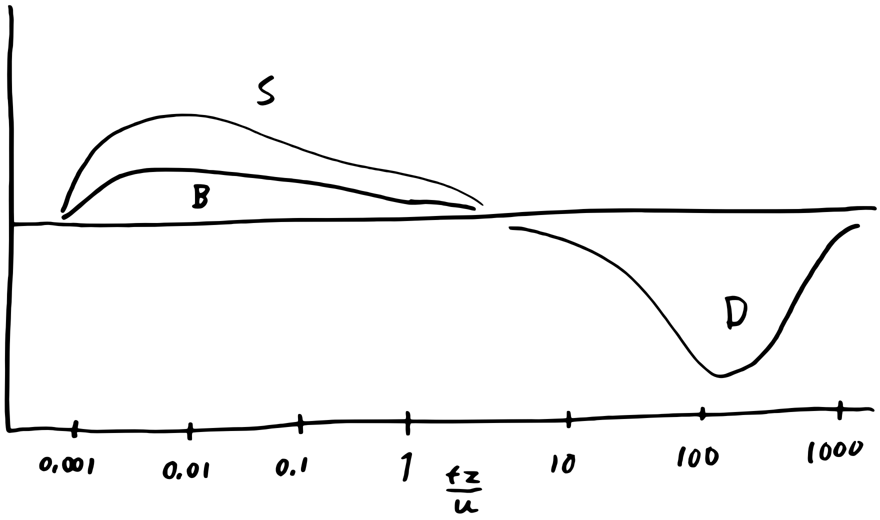
Hankala mitata, paine-erot vain luokkaa

0.001 - 0.005 kPa

$\overline{p'w'}$ voi sisältää enemmän kohinaa kuin signaalia

Termistä tiedetään vain vähän (Stull)


Virtauksen liike-energia
stabiili
potentiaali-
energia
TKE
siirto
epä-
stabiili
viskositeetti,
lämpö


S
B
D
0,001
0,01
0,1
1
10
100
1000
fz
u

Stabiliteetti

Missä määrin nosteesta (potentiaalilämpötilan pystyprofiilista) johtuvat ilmiöt vaikuttavat turbulenssiin?

synnyttävät: epästabiili

eivät vaikuta: neutraali

vaimentavat: stabiili

TKE yhtälö

$$\frac{\partial \bar{k}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\left[\overline{k w'} + \frac{\overline{p'w'}}{\bar{\rho}}\right] \underbrace{-\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}}_{S} + \underbrace{\frac{g}{\bar{\theta}_v}\overline{w'\theta_v'}}_{B} - \varepsilon$$

vuo-Richardsonin luku Ri_f

$$\frac{B}{-S} = \frac{\frac{g}{\bar{\theta}}\overline{w'\theta'}}{\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}}$$

Tai vain
$$\frac{\frac{g}{\overline{\theta}_v}\overline{w'\theta_v'}}{\overline{u'w'}\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}}$$

jos $\overline{u}$ valitaan keskituulen suuntaiseksi

$$Ri_f = \frac{\frac{g}{\theta}\,\overline{w'\theta'}}{\overline{u'w'}\,\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}} = \frac{B}{-S}$$

Mekaaninen turbulenssin tuotto $-S < 0$

Epästabiili, lämmön vuo ylös $B > 0$, $Ri_f < 0$

Neutraali $B = 0$, $Ri_f = 0$

Stabiili, lämmön vuo alas $B < 0$, $Ri_f > 0$

Käytetään stabiilisuusindikaattorina

gradientti-Richardsonin luku Ri_g

Turbulenttiset vuot hankalia mitata ☹

$$\overline{w'\theta'} = -K_h \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$$

ja vielä $K_h = K_m$

$$\overline{u'w'} = -K_m \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

$$\frac{\frac{g}{\theta}\overline{w'\theta'}}{u'w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}} = \frac{-K \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}}{-K \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}} = \frac{\frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2} = Ri_g$$

bulk-Richardsonin luku Ri_b tai R_B

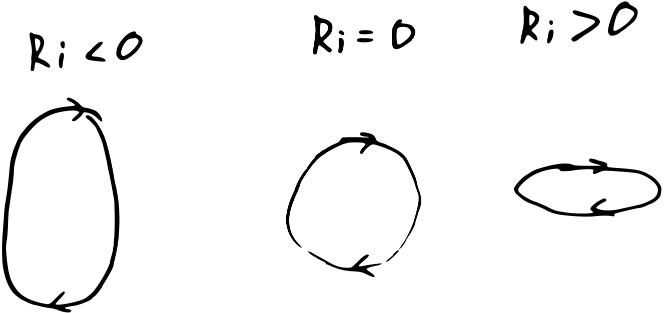
Jos ei jakseta mitata edes $\bar{\theta}$:n ja $\bar{u}$:n pystyprofiileja, riittää mitata edes 2 korkeudelta.

Tällöin $\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \approx \frac{\Delta \bar{\theta}}{\Delta z}$ $\qquad \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \approx \frac{\Delta \bar{u}}{\Delta z}$

$$\frac{\frac{g}{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2} = \frac{\frac{g}{\bar{\theta}} \Delta \bar{\theta}}{\frac{(\Delta \bar{u})^2}{\Delta z}} = \frac{g}{\frac{1}{2}(\bar{\theta}_1 + \bar{\theta}_2)} \frac{\bar{\theta}_2 - \bar{\theta}_1}{(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)^2} (z_2 - z_1)$$

$$z_2 > z_1$$

Ri myös turbulenssin anisotrooppisuuden mitta



Pruju sanoo myös että

$$Ri_g = \frac{\frac{g}{\bar{\theta}}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}}{\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)^2} = \frac{N^2}{\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)^2}$$

missä N on Brunt-Väisälä-taajuus,

eli:

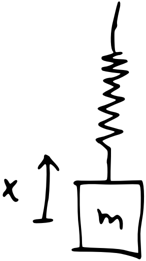
$$N = \sqrt{\frac{g}{\bar{\theta}}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}}$$

Mitä tämä tarkoittaa?

Harmoninen oskillaattori:

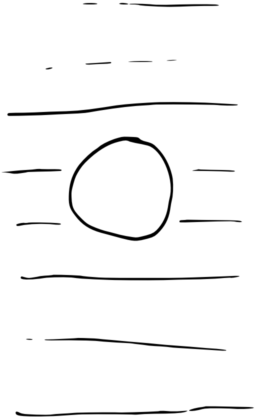
Jousivoima

$$F = -kx$$



$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$N = \sqrt{\frac{g}{\overline{\theta}}\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial z}}$$



ilmapaketti

Pruju ottaa pintakerrosta varten käyttöön merkinnät:

$$\tau_x = -\rho \overline{u'w'} \qquad [\tau] = \frac{kg}{m^3}\frac{m^2}{s^2} = \frac{kg}{m s^2} = Pa$$

$$\tau_y = -\rho \overline{v'w'}$$

$H = \rho c_p \overline{\theta' w'}$ havaittavan lämmön vuo, $\frac{W}{m^2}$

$E = \rho \overline{q'w'}$ vesihöyryvuo, $\frac{kg}{m^2 s}$

Ja aivan pinnan lähellä, kun eivät juuri muutu,

τ_{x0} τ_{y0} H_0 E_0 (Pintakerros/vakiovuokerros)

Pruju sanoo:

pinnassa $\vec{V} = (\bar{u}, \bar{v}) = 0$

ja pinnan lähellä $\vec{T} = \rho K_m \dfrac{\partial \vec{V}}{\partial z}$

Ja <u>koska</u> $\vec{T}$ on pinnan lähellä vakio, niin vaikka K_m ei olekaan niin $\vec{T}$, $\dfrac{\partial \vec{V}}{\partial z}$, $\vec{V}$ ovat samansuuntaiset.

$$V_x(z) = \int_0^z \frac{\partial V_x}{\partial z}\, dz = \int_0^z \frac{T_x}{\rho K_m}\, dz$$

$V_y(z) =$ samoin

Kitkanopeus

Jos taas $\bar{u}$ keskituulen suuntaan,

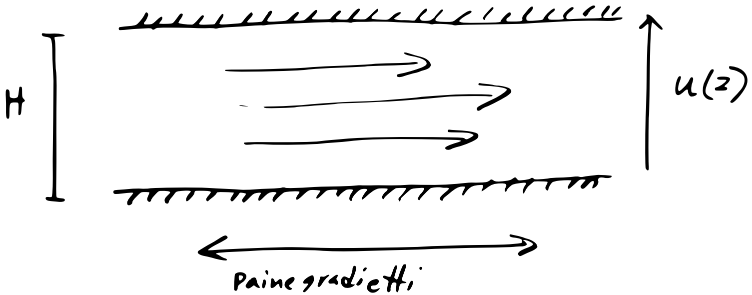
$$\tau = -\rho \overline{u'w'}$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{-\overline{u'w'}}$$

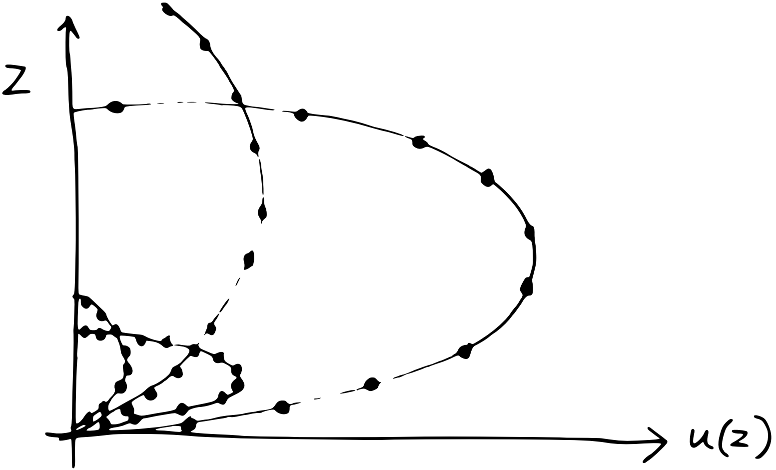
Yleisesti käytetty, helpompi yksikkö (nopeus) kuin liikemäärän vuolla.

Similariteetti / Dimensioanalyysiä

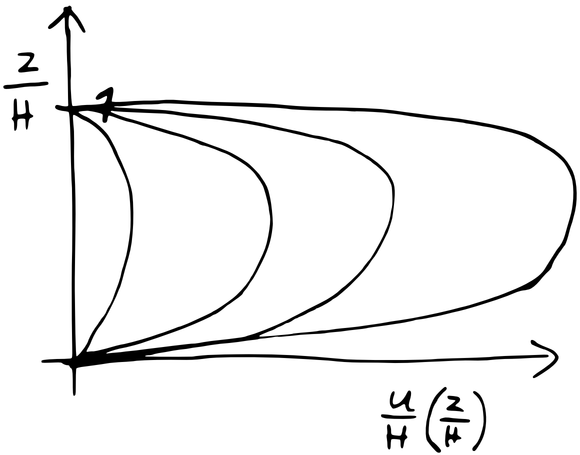
Esimerkki (laskarit): virtaus 2 levyn välissä (tässä ei liikkuvia levyjä).



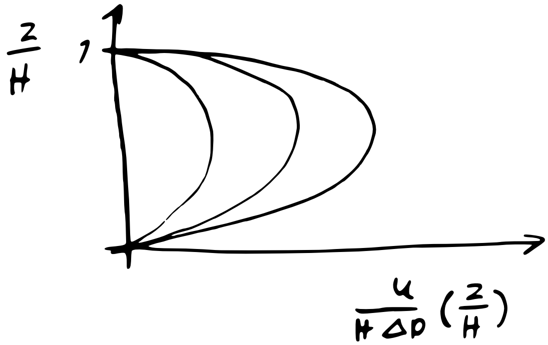
Mitataan paljon erilaisia tapauksia



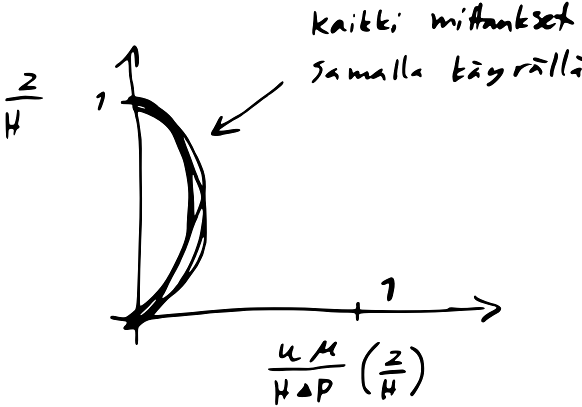
Idea: skaalataan z H:lla



Skaalataan u paine-erolla Δp



Skaalataan (kerrotaan) u viskositeetilla μ



Miksi näin?

laskareista tehtävän vastaus:

$$u(z) = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x} z^2 - \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x} H z = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\left(z^2 - Hz\right)$$

$z' = \frac{z}{H}$ $\quad z = Hz'$

$$u' = \frac{\mu}{H \Delta P} u$$

$$u(z') = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\left(H^2 z'^2 - H^2 z'\right)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\Delta P}{H}\right)$$

$$u'(z') = \frac{1}{2}\left(z'^2 - z'\right)$$

(oikeastaan $\Delta P < 0$)

Idea oli siirtyä dimensiottomiin suureisiin

$u(z) \qquad [u] = \frac{m}{s} \qquad [z] = m$

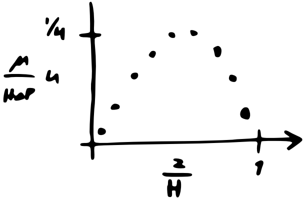
Tilannetta kuvaavat suureet:

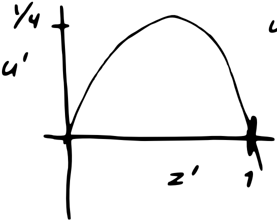
$H, \mu, \Delta P$

$[H] = m \qquad [\mu] = Pa\ s \qquad [\Delta P] = Pa$

$$\left[\frac{z}{H}\right] = 1 \qquad \left[\frac{\mu}{H \Delta P} u\right] = \frac{Pa\ s}{m\ Pa}\ \frac{m}{s} = 1$$

Tässä tapauksessa tunnettiin ilmiötä kuvaava laki (NS yhtälö) ja jopa osattiin ratkaista se. Mutta vaikka ei tunnettaisi, jos keksitään hyvä dimensioton skaalaus, voidaan muutaman kokeen avulla arvata oikea vastaus





$$u' = \frac{1}{2}(z' - z'^2)$$

Vielä parempi: jos kohteena ei ole funktio, kuten $u(z)$, vaan skalaari, kuten virtauksen keskinopeus (tai pelkkä kokonaisvirtauma), se voitaisiin ratkaista vakiokerrointa vaille.

$$\bar{u} \sim \frac{H \Delta P}{\mu}$$

Putken virtaama $\quad kg/s$

$[D] = m \quad [\Delta P] = Pa = \frac{kg}{ms^2} \quad [\mu] = Pa\,s = \frac{kg}{ms}$

tarvitaan lisäksi $[\rho] = \frac{kg}{m^3}$

Tarpeeksi kun miettii:

$$\frac{[\Delta P]\,[\rho]\,[D]^3}{[\mu]} = \frac{Pa\ \ kg/m^3\ \ m^3}{Pa\ s} = \frac{kg}{s}$$

eli virtaama $\sim \dfrac{\Delta P\,\rho\,D^3}{\mu}$

Entäpä turbulenttinen virtaus karkean pinnan lähellä?

Nyt viskositeetti ν ei ole olennainen.

Toisaalta pinnan karkeus pitää kuvata jollain suureella.

Jos pinnan rosoisuutta mitataan pituuden yksiköillä, saadaan tästä suoraan relevantti pituusskaala

$$z' = \frac{z}{z_0}$$